

5. Решение задач

Нахождение дроби от числа (части от целого)	Нахождение числа по его дроби (целого по его части)
В школе 360 учеников, из них $\frac{4}{9}$ мальчики. Сколько мальчиков в школе?	В школе 160 мальчиков, это (что) составляет $\frac{4}{9}$ от числа всех учащихся. Сколько учеников в школе?
Решение: Всего – 360 уч. мальч. – ?, $\frac{4}{9}$ от всех уч.	Решение: Всего – ? уч. мальч. – 160 уч., это $\frac{4}{9}$ от всех уч.
I способ (делим на знаменатель дроби, умножаем на числитель) $360 : 9 \cdot 4 = 160(\text{уч.})$ – мальчиков.	I способ (делим на числитель дроби, умножаем на знаменатель) $160 : 4 \cdot 9 = 360(\text{уч.})$ – всего в шк.
II способ (чтобы найти дробь от числа, надо число умножить на эту дробь) $360 \cdot \frac{4}{9} = \frac{360 \cdot 4}{9} = 160(\text{уч.})$ – мальч.	II способ (чтобы найти число по его дроби, надо разделить на эту дробь соответствующее ей число) $160 : \frac{4}{9} = \frac{160}{1} \cdot \frac{9}{4} = \frac{160 \cdot 9}{1 \cdot 4} = 360(\text{уч})$
Ответ: 160 мальчиков в школе.	Ответ: в школе 360 учеников.

1% называется $\frac{1}{100}$ часть от чего-либо. $1\% = \frac{1}{100} = 0,01$

Чтобы перевести десятичную дробь в %, надо ее умножить на 100.
Чтобы перевести % в десятичную дробь, надо разделить число % на 100.

$0,971 = 0,971 \cdot 100\% = 97,1\%$ $39\% = 39 : 100 = 0,39$

Нахождение % от числа	Нахождение числа по его %
В классе 32 ученика, 25% из них поучили «5» за контрольную работу. Сколько учеников получили «5»?	8 учеников, что составляет 25% учащихся класса, за контрольную работу получили «5». Сколько учеников в классе?
Решение: Всего – 32 уч. (это 100%) На «5» – ? 25% от всех уч. $32 : 100 = 0,32(\text{уч})$ – это 1% $0,32 \cdot 25 = 8(\text{уч})$ – это 25%	Решение: Всего – ? (это 100%) На «5» – 8 уч., это 25% от всех уч. $8 : 25 = 0,32(\text{уч})$ – это 1% $0,32 \cdot 100 = 32(\text{уч})$ – это 100%
$25\% = \frac{25}{100} = 0,25$	
II способ (делим на знаменатель дроби, умножаем на числитель) $\frac{0,32}{32 : 100 \cdot 25 = 8(\text{уч})}$ – получили «5»	II способ (делим на числитель дроби, умножаем на знаменатель) $\frac{0,32}{8 : 25 \cdot 100 = 32(\text{уч})}$ – всего в классе
III способ (чтобы найти % от числа, надо перевести % в дробь, а затем число умножить на эту дробь) $32 \cdot 0,25 = 8(\text{уч})$ – получили «5»	III способ (чтобы найти число по его %, надо перевести % в дробь, а затем разделить на эту дробь соответствующее ей число) $8 : 0,25 = 32(\text{уч})$ – всего в классе
IV способ (= III способу, но умножаем на обыкновенную дробь) $32 \cdot \frac{25}{100} = \frac{32 \cdot 25}{100} = 8(\text{уч})$	IV способ (= III способу, но делим на обыкновенную дробь) $8 : \frac{25}{100} = \frac{8}{1} \cdot \frac{100}{25} = \frac{8 \cdot 100}{1 \cdot 25} = 32(\text{уч})$
V и VI способ $25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$ $32 : 4 = 8(\text{уч})$ или $32 \cdot \frac{1}{4} = 8(\text{уч})$	V и VI способ $25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$ $8 : 1 \cdot 4 = 32(\text{уч})$ или $8 : \frac{1}{4} = 32(\text{уч})$
Ответ: 8 учеников получили «5».	Ответ: в классе 32 ученика.

6. Отношения

1. Частное двух чисел **называют отношением** этих чисел $a:b$ или $\frac{a}{b}$
(отношение числа a к числу b)

Если большее число делим на меньшее, то отношение показывает, **во сколько раз первое число больше второго.** $6:3=2$ (6 больше 3 в 2 раза)

Если меньшее число делим на большее, то отношение показывает, **какую часть первое число составляет от второго.** $3:6=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

(3 от 6 составляет $\frac{1}{2}$ часть, т.е. половину)

2. Решение задач «какую часть составляет одно число от другого»
Какую часть суток составляют 8 часов? (1 сут.=24 часа)

$$8:24=\frac{8}{24}=\frac{1}{3} \quad \text{Ответ: 8 часов составляют } \frac{1}{3} \text{ часть суток.}$$

3. Решение задач на процентное отношение (сколько % составляет одно число от другого)

Из 50 семян помидоров проросло 45 семян. Сколько процентов семян проросло (каков % всхожести)?

$$45:50=\frac{45}{50}=\frac{9}{10}=0,9=90\% \quad \text{Ответ: проросло 90\% семян.}$$

4. Решение задач на изменение величины в процентах

Чтобы узнать, на сколько % изменилась величина, надо найти:

- 1) на сколько единиц изменилась эта величина (увелич. или уменьш.);
- 2) сколько % составляет полученная разность **от первоначального значения** величины.

После очистки масса свеклы уменьшилась с 450 до 369 г. На сколько % уменьшилась масса свеклы?

$$450-369=81(\text{г}) - \text{на столько уменьшилась масса свеклы.}$$

$$81:450=0,18=18\%$$

Ответ: масса свеклы уменьшилась на 18%.

4. Два числа, произведение которых равно 1, называют **взаимно**

обратными числами. Например, 3 и $\frac{1}{3}$ (т.к. $3 \cdot \frac{1}{3}=1$)

Чтобы найти число, обратное данному, надо записать это число в виде обыкновенной дроби. В обратной дроби числитель и знаменатель поменять местами.

Пример. Найти число, обратное 1,2. $1,2=1\frac{2}{10}=\frac{12}{10}=\frac{6}{5}$, обратное $\frac{5}{6}$

5. Чтобы разделить дробь на дробь, надо первую дробь умножить на

$$\text{дробь, обратную второй.} \quad \frac{1}{6}:\frac{2}{3}=\frac{1}{6}\cdot\frac{3}{2}=\frac{1\cdot\cancel{3}^1}{\cancel{2}_2\cdot 2}=\frac{1}{4}$$

На «5»: Чтобы разделить дробь на дробь, надо делимое умножить на число, обратное делителю.

$$8:\frac{3}{5}=8\cdot\frac{5}{3}=\frac{8\cdot 5}{3}=\frac{40}{3}=13\frac{1}{3}$$

6. Если в делении участвуют натуральные или смешанные числа, десятичные дроби, то надо сначала записать их в виде обыкновенной дроби, а затем выполнить деление.

$$2,4:1\frac{1}{15}=2\frac{4}{10}:1\frac{1}{15}=\frac{12}{5}:\frac{16}{15}=\frac{12}{5}\cdot\frac{15}{16}=\frac{\cancel{12}^3\cdot\cancel{15}^3}{\cancel{5}_1\cdot\cancel{16}_4}=\frac{9}{4}=2\frac{1}{4}$$

7. Чтобы найти число по его дроби, надо **разделить на эту дробь** соответствующее ей число.

Пример. Найти число, $\frac{4}{5}$ которого равны 7. $7:\frac{4}{5}=\frac{7}{1}\cdot\frac{5}{4}=\frac{35}{4}=8\frac{3}{4}$

Чтобы найти **число по его %**, надо сначала **перевести % в дробь.**

Пример. Найти число, если 24% его равны 72. $24\%=\frac{24}{100}=0,24$

$$72:\frac{24}{100}=\frac{72}{1}\cdot\frac{100}{24}=\frac{\cancel{72}^3\cdot 100}{1\cdot\cancel{24}_1}=300 \quad \text{или} \quad 72:0,24=300$$