

#### 4. Умножение и деление дробей

1. Чтобы **умножить дробь на дробь**, надо перемножить числители и результат записать в числитель; затем перемножить знаменатели и результат записать в знаменатель.

Делают так: сначала записывают произведение числителей и произведение знаменателей, затем сокращают, затем умножают.

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 5} = \frac{8}{15}$$

$$\frac{14}{15} \cdot \frac{5}{21} = \frac{14 \cdot 5}{15 \cdot 21} = \frac{14 \cdot \cancel{5}^1}{\cancel{15}_3 \cdot 21} = \frac{2}{9}$$

2. Если в **умножении участвуют натуральные или смешанные числа, десятичные дроби**, то надо сначала записать их в виде обыкновенной дроби, а затем выполнить умножение.

$$4 \cdot 1\frac{1}{2} = \frac{4}{1} \cdot \frac{3}{2} = \frac{4 \cdot 3}{1 \cdot \cancel{2}_1} = \frac{6}{1} = 6$$

$$4 = \frac{4}{1} \quad 1\frac{1}{2} = \frac{3}{2} \quad 1,2 = 1\frac{2}{10} = \frac{12}{10}$$

**На «5»:** чтобы умножить дробь на натуральное число, надо числитель умножить на это число, а знаменатель оставить без изменений.

$$\frac{3}{4} \cdot 5 = \frac{3 \cdot 5}{4} = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$$

$$4 \cdot \frac{3}{16} = \frac{4 \cdot 3}{\cancel{16}_4} = \frac{3}{4}$$

3. Чтобы найти **дробь от числа**, надо число **умножить на эту дробь**.

Пример. Найти  $\frac{3}{4}$  от 12.

$$12 \cdot \frac{3}{4} = \frac{12}{1} \cdot \frac{3}{4} = \frac{12 \cdot 3}{1 \cdot \cancel{4}_1} = \frac{9}{1} = 9$$

Чтобы найти **процент от числа**, надо сначала **перевести % в дробь**.

Пример. Найти 30% от 50.

$$30\% = \frac{30}{100} = 0,30 = 0,3 \quad 50 \cdot 0,3 = 15$$

Или:

$$30\% = \frac{30}{100} = \frac{3}{10} \quad 50 \cdot \frac{3}{10} = \frac{50 \cdot 3}{10} = \frac{15}{1} = 15$$

#### 7. Пропорции

1. Равенство двух отношений называют **пропорцией**.

$$a : b = c : d \quad \text{или} \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad a, d - \text{крайние члены пропорции}$$

$$b, c - \text{средние члены пропорции}$$

2. **Основное свойство пропорции**

Произведение крайних членов пропорции равно произведению ее средних членов.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad a \cdot d = b \cdot c$$

3. Если в пропорции поменять местами крайние члены или средние члены, то получившиеся новые пропорции тоже верны.

**Вывод:** из одной пропорции можно составить 3 новых (по стрелкам).

$$\begin{array}{c} \xrightarrow{\text{зел}} \\ \xleftarrow{\text{зел}} \\ \xrightarrow{\text{син}} \\ \xleftarrow{\text{син}} \end{array} \begin{array}{c} 5 \\ 6 \end{array} = \begin{array}{c} 10 \\ 12 \end{array}$$

$$\frac{6}{5} = \frac{12}{10} \quad \frac{5}{10} = \frac{6}{12} \quad \frac{10}{5} = \frac{12}{6}$$

4. **Решение уравнений методом пропорций**

$$\frac{20}{x} = \frac{5}{3}$$

$$(x \cdot 5 = 20 \cdot 3)$$

$$x = \frac{20 \cdot 3}{\cancel{5}_1}$$

$$x = 12$$

$$\frac{4}{5} = \frac{2x}{15}$$

$$5 \cdot 2x = 4 \cdot 15$$

$$x = \frac{4 \cdot 15}{\cancel{5}_1 \cdot 2}$$

$$x = 6$$

Чтобы найти неизвестный **крайний** член пропорции, надо перемножить средние члены и разделить на известный крайний.

Чтобы найти неизвестный **средний** член пропорции, надо перемножить крайние члены и разделить на известный средний.

## 8. Решение задач на прямую и обратную пропорциональность

Прямо пропорциональные величины	Обратно пропорциональные величины
<b>Определение:</b> с <u>увеличением</u> одной из них в несколько раз другая <u>увеличивается</u> во столько же раз	<b>Определение:</b> с <u>увеличением</u> одной из них в несколько раз другая <u>уменьшается</u> во столько же раз
<b>Свойство: отношения</b> соответствующих значений этих величин равны (можно составить прямую пропорцию – по стрелкам)	<b>Свойство: отношение</b> значений одной величины равно <u>обратному отношению</u> соответствующих значений другой величины (можно составить обратную пропорцию – по стрелкам)
<p><u>Задача.</u> 45 кг яблок разместили в пяти ящиках. Сколько кг яблок поместится в 12 таких ящиках?</p> <div style="text-align: center;"> <math>\downarrow</math> 45 кг – 5 ящ.    <math>\downarrow</math>  <math>x</math> кг – 12 ящ. </div> $\frac{45}{x} = \frac{5}{12}$ $x = \frac{45 \cdot 12}{5} = 108$ <p>Ответ: 108 кг яблок.</p>	<p><u>Задача.</u> 3 рабочих выполняют работу за 6 часов. За сколько часов выполнят эту работу 2 рабочих?</p> <div style="text-align: center;"> <math>\downarrow</math> 3 раб. – 6 ч.    <math>\uparrow</math>  <math>\downarrow</math> 2 раб. – <math>x</math> ч. </div> $\frac{3}{2} = \frac{x}{6}$ $x = \frac{3 \cdot 6}{2} = 9$ <p>Ответ: за 9 часов.</p>

### 11. Другой способ сложения и вычитания дробей (общий случай)

Можно каждое число записать в виде обыкновенной дроби.

$$\begin{array}{c} \nearrow 3 \quad \nearrow 5 \\ 2 \frac{3}{4} + 1 \frac{5}{6} = \frac{11}{4} + \frac{11}{6} = \frac{55}{12} = 4 \frac{7}{12} \end{array} \qquad \begin{array}{c} \nearrow 3 \quad \searrow 7 \quad \searrow 1 \\ 4 - 1 \frac{3}{7} = \frac{4}{1} - \frac{10}{7} = \frac{28-10}{7} = \frac{18}{7} = 2 \frac{4}{7} \end{array}$$

### 12. Решение задач «целое – единица»

В первый час лыжник прошел  $\frac{1}{3}$  всего пути, который должен пройти, во второй  $\frac{2}{5}$

всего расстояния, а в третий оставшуюся часть пути. Какую часть всего расстояния прошел лыжник в третий час?

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{5+6}{15} = \frac{11}{15} \text{ (части) – лыжник прошел за первый и второй час.}$$

$$1 - \frac{11}{15} = \frac{15}{15} - \frac{11}{15} = \frac{4}{15} \text{ (части) – лыжник прошел за третий час.}$$

Ответ: в третий час лыжник прошел  $\frac{4}{15}$  всего расстояния.

### 13. Решение задач на совместную работу

Новая машина может выкопать канаву за 8 ч, а старая — за 12 ч. Новая машина работала 3 ч, а старая 5 ч. Какую часть канавы осталось выкопать?

Новая машина может выкопать канаву за 8 ч, значит, за 1 час она выполнит  $\frac{1}{8}$

часть работы, а за 3 часа  $\frac{3}{8}$  всей работы. Старая машина может выкопать

канаву за 12 ч, значит, за 1 час она выполнит  $\frac{1}{12}$  часть работы, а за 5 часов  $\frac{5}{12}$

всей работы.

$$\frac{3}{8} + \frac{5}{12} = \frac{9+10}{24} = \frac{19}{24} \text{ (части) – канавы выкопали машины, работая вместе.}$$

$$1 - \frac{19}{24} = \frac{24}{24} - \frac{19}{24} = \frac{5}{24} \text{ (части) – канавы осталось выкопать.}$$

Ответ: осталось выкопать  $\frac{5}{24}$  части канавы.