

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

9 класс

16 февраля 2016 года

Вариант МА90501

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика». Всего в работе 26 заданий. Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части 1 — восемь заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Реальная математика» содержит семь заданий: все задания этого модуля — в части 1.

На выполнение работы отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 2, 3, 8, 14 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом являются число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную. В случае записи неверного ответа на задание части 1 зачеркните его и запишите рядом новый.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т. д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного выполнения работы Вам необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, из них не менее 3 баллов в модуле «Алгебра», не менее 2 баллов в модуле «Геометрия» и не менее 2 баллов в модуле «Реальная математика». За каждое правильно выполненное задание части 1 выставляется 1 балл. В каждом модуле части 2 задания оцениваются в 2 балла.

Желаем успеха!

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1

Найдите значение выражения $\frac{1}{\frac{1}{18} - \frac{1}{21}}$.

Ответ: _____.

2

На координатной прямой точки A , B , C и D соответствуют числам 0,0137; 0,103; 0,03; 0,021.



Какой точке соответствует число 0,03?

- 1) A 2) B 3) C 4) D

Ответ:

3

Найдите значение выражения $\frac{(3\sqrt{5})^2}{15}$.

- 1) 1 2) 5 3) 3 4) 15

Ответ:

4

Найдите корень уравнения $-3x - 9 = 2x$.

Ответ: _____.

- 5 Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

**ФОРМУЛЫ**

- 1) $y = x^2 - 5x + 3$ 2) $y = -x^2 + 5x - 3$ 3) $y = x^2 + 5x + 3$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В

Ответ:

- 6 Геометрическая прогрессия (b_n) задана условиями $b_1 = 3$, $b_{n+1} = 4b_n$. Найдите b_4 .

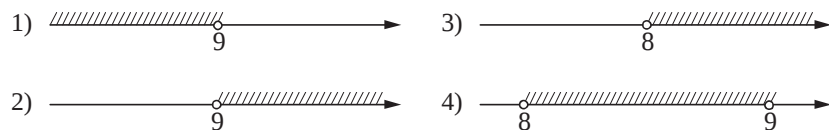
Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения $(x+9) : \frac{x^2+18x+81}{x-9}$ при $x = -17$.

Ответ: _____.

- 8 Укажите множество решений системы неравенств

$$\begin{cases} x > 8, \\ 9 - x < 0. \end{cases}$$

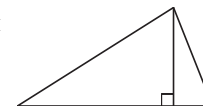


Ответ:

Модуль «Геометрия»

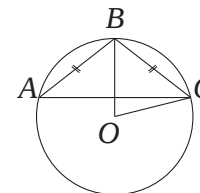
- 9 Сторона треугольника равна 29, а высота, проведённая к этой стороне, равна 12. Найдите площадь треугольника.

Ответ: _____.



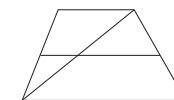
- 10 Окружность с центром в точке O описана около равнобедренного треугольника ABC , в котором $AB = BC$ и $\angle ABC = 177^\circ$. Найдите величину угла BOC . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.



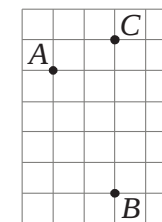
- 11 Основания трапеции равны 10 и 11. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из её диагоналей.

Ответ: _____.



- 12 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 отмечены три точки: A , B и C . Найдите расстояние от точки A до прямой BC .

Ответ: _____.



- 13 Какое из следующих утверждений верно?

- Две окружности пересекаются, если радиус одной окружности больше радиуса другой окружности.
- Сумма углов равнобедренного треугольника равна 180 градусам.
- Все квадраты имеют равные площади.

В ответе запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

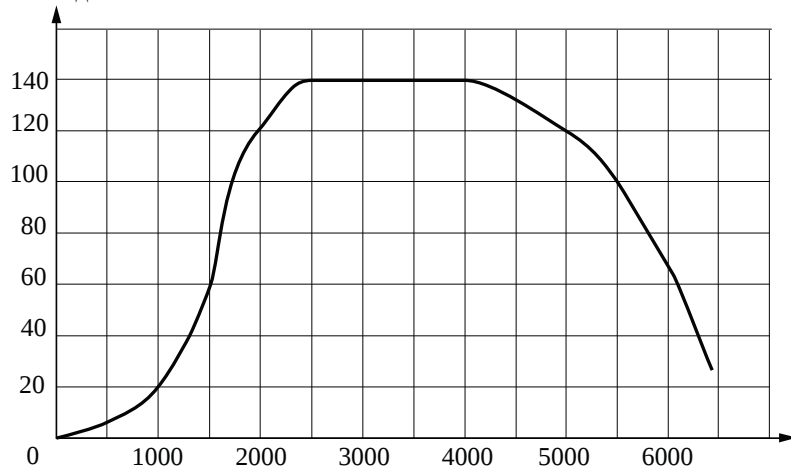
- 14 В таблице приведены нормативы по бегу на 30 м для учащихся 9 класса. Оцените результат мальчика, пробежавшего эту дистанцию за 4,85 с.

	Мальчики			Девочки		
Отметка	«5»	«4»	«3»	«5»	«4»	«3»
Время, секунды	4,6	4,9	5,3	5,0	5,5	5,9

1) отметка «5» 2) отметка «4» 3) отметка «3» 4) норматив не выполнен

Ответ:

- 15 На графике изображена зависимость крутящего момента двигателя от числа его оборотов в минуту. На оси абсцисс откладывается число оборотов в минуту, на оси ординат — крутящий момент в Н·м. На сколько оборотов в минуту должно ускориться вращение, чтобы крутящий момент вырос с 20 Н·м до 120 Н·м?

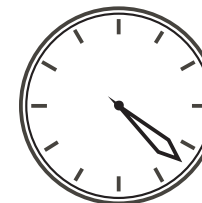


Ответ: _____.

- 16 Плата за телефон составляет 360 рублей в месяц. В следующем году она увеличится на 4 %. Сколько рублей придётся платить ежемесячно за телефон в следующем году?

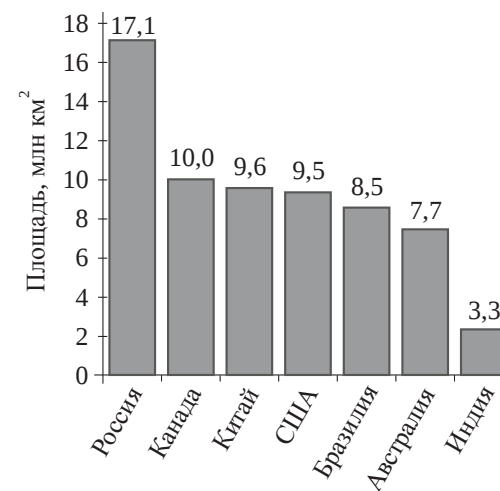
Ответ: _____.

- 17 Какой угол (в градусах) описывает минутная стрелка за 22 минуты?



Ответ: _____.

- 18 На диаграмме представлены семь крупнейших по площади территории (в млн км²) стран мира.



Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Судан входит в семёрку крупнейших по площади территории стран мира.
- 2) Площадь территории США составляет 9,5 млн км².
- 3) Площадь территории Австралии больше площади территории Канады.
- 4) Площадь территории России больше площади территории Бразилии примерно вдвое.

В ответе запишите номера выбранных утверждений.

Ответ: _____.

- 19 На экзамене 20 билетов, Саша не выучил 2 из них. Найдите вероятность того, что ему попадётся выученный билет.

Ответ: _____.

- 20** Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле $S = \frac{d_1 d_2 \sin \alpha}{2}$, где d_1 и d_2 — длины диагоналей четырёхугольника, α — угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали d_2 , если $d_1 = 6$, $\sin \alpha = \frac{1}{11}$, а $S = 3$.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

- 21** Решите систему уравнений
$$\begin{cases} 2x^2 + y^2 = 36, \\ 8x^2 + 4y^2 = 36x. \end{cases}$$
- 22** Первую половину пути автомобиль проехал со скоростью 84 км/ч, а вторую — со скоростью 96 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.
- 23** Постройте график функции $y = \frac{(0,75x^2 - 0,75x)|x|}{x - 1}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

Модуль «Геометрия»

- 24** Расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до одной из его сторон равно 19, а одна из диагоналей ромба равна 76. Найдите углы ромба.
- 25** Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая стороны AB и CD в точках E и F соответственно. Докажите, что $AE = CF$.
- 26** В треугольнике ABC известны длины сторон $AB = 14$, $AC = 98$, точка O — центр окружности, описанной около треугольника ABC . Прямая BD , перпендикулярная прямой AO , пересекает сторону AC в точке D . Найдите CD .

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

9 класс

16 февраля 2016 года

Вариант МА90502

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика». Всего в работе 26 заданий. Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части 1 — восемь заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Реальная математика» содержит семь заданий: все задания этого модуля — в части 1.

На выполнение работы отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 2, 3, 8, 14 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом являются число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную. В случае записи неверного ответа на задание части 1 зачеркните его и запишите рядом новый.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т. д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного выполнения работы Вам необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, из них не менее 3 баллов в модуле «Алгебра», не менее 2 баллов в модуле «Геометрия» и не менее 2 баллов в модуле «Реальная математика». За каждое правильно выполненное задание части 1 выставляется 1 балл. В каждом модуле части 2 задания оцениваются в 2 балла.

Желаем успеха!

Часть 1

Модуль «Алгебра»

1

Найдите значение выражения $\frac{7,2 - 6,1}{2,2}$.

Ответ: _____.

2

На координатной прямой точки A , B , C и D соответствуют числам $-0,502$; $0,25$; $0,205$; $0,52$.



Какой точке соответствует число $0,25$?

- 1) A 2) B 3) C 4) D

Ответ:

3

Найдите значение выражения $(3\sqrt{2})^2$.

- 1) 6 2) 12 3) 18 4) 36

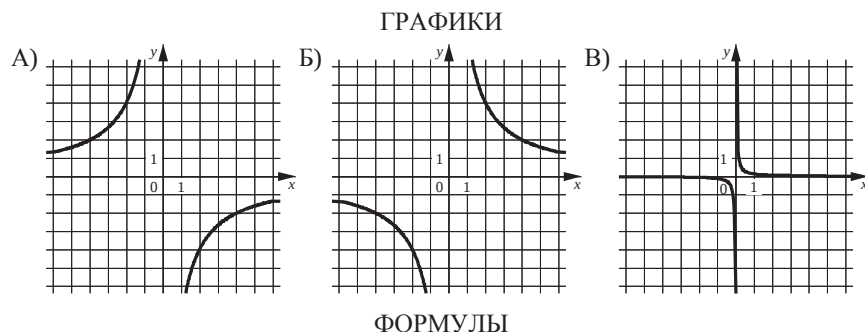
Ответ:

4

Найдите корень уравнения $\frac{6}{x+5} = -5$.

Ответ: _____.

- 5 Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.



1) $y = \frac{8}{x}$ 2) $y = -\frac{8}{x}$ 3) $y = \frac{1}{8x}$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В

Ответ:

- 6 Найдите корень уравнения $(x+6)^2 = (x-10)^2$.

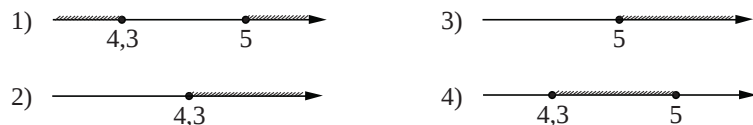
Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения $(x-6) \cdot \frac{x^2-12x+36}{x+6}$ при $x = -10$.

Ответ: _____.

- 8 Укажите множество решений системы неравенств

$$\begin{cases} x-4,3 \geq 0, \\ x+5 \leq 10. \end{cases}$$

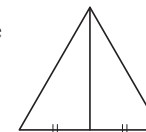


Ответ: ☐

Модуль «Геометрия»

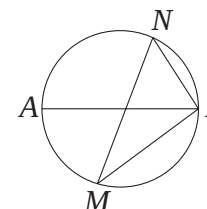
- 9 Медиана равностороннего треугольника равна $11\sqrt{3}$. Найдите его сторону.

Ответ: _____.



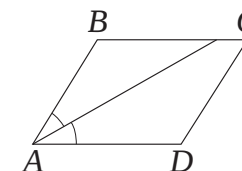
- 10 На окружности по разные стороны от диаметра AB взяты точки M и N . Известно, что $\angle NBA = 69^\circ$. Найдите угол NMB . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.



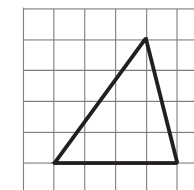
- 11 Найдите величину острого угла параллелограмма $ABCD$, если биссектриса угла A образует со стороной BC угол, равный 40° . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.



- 12 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найдите его площадь.

Ответ: _____.



- 13 Какие из следующих утверждений верны?

- Площадь ромба равна произведению его стороны на высоту, проведённую к этой стороне.
- У любой трапеции боковые стороны равны.
- Один из углов треугольника всегда не превышает 60 градусов.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

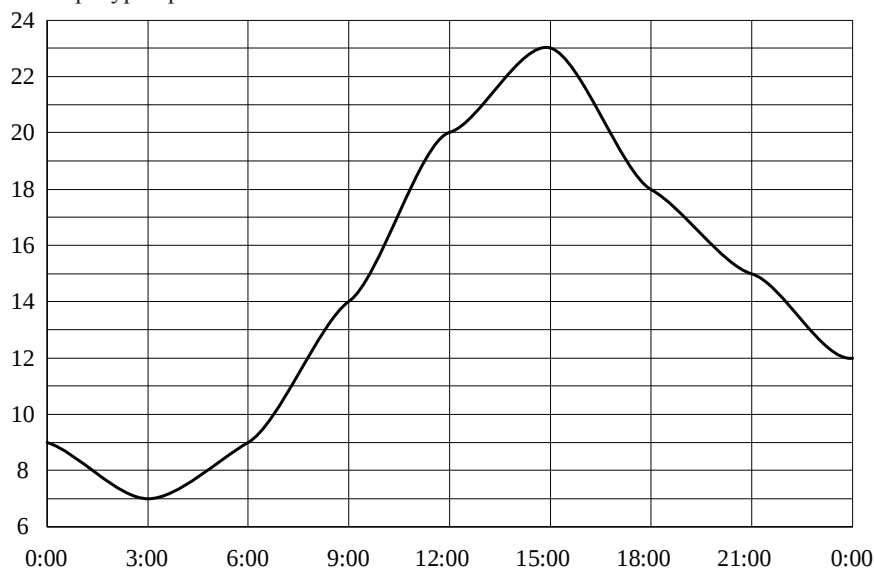
Модуль «Реальная математика»

- 14 Расстояние от Земли до Солнца равно 149,6 млн км. В каком случае записана эта же величина?

1) $1,496 \cdot 10^{10}$ км 2) $1,496 \cdot 10^8$ км 3) $1,496 \cdot 10^7$ км 4) $1,496 \cdot 10^6$ км

Ответ:

- 15 На рисунке показано, как изменялась температура на протяжении одних суток. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Сколько часов во второй половине суток температура превышала 15°C ?

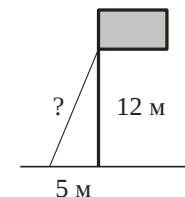


Ответ: _____.

- 16 Поступивший в продажу в марте мобильный телефон стоил 3000 рублей. В августе он стал стоить 1890 рублей. На сколько процентов снизилась цена на мобильный телефон в период с марта по август?

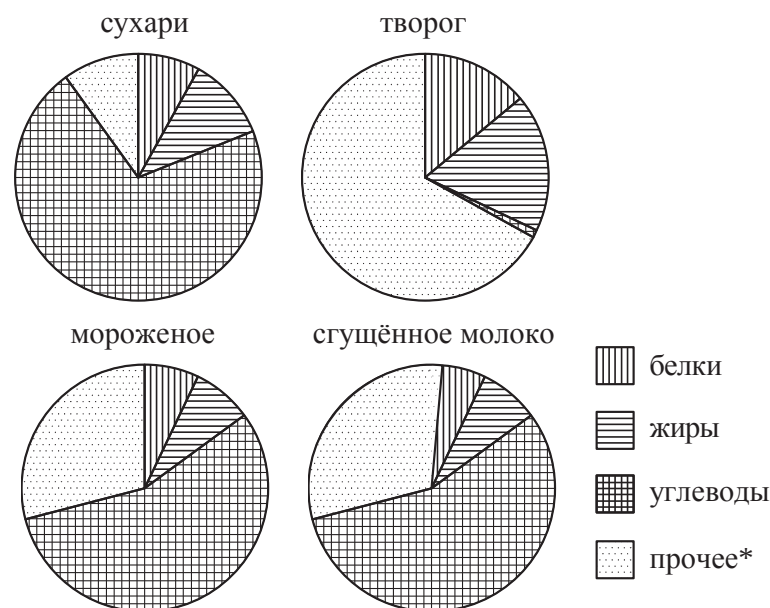
Ответ: _____.

- 17 Точка крепления троса, удерживающего флагшток в вертикальном положении, находится на высоте 12 м от земли. Расстояние от основания флагштока до места крепления троса на земле равно 5 м. Найдите длину троса. Ответ дайте в метрах.



Ответ: _____.

- 18 На диаграмме показано содержание питательных веществ в сливочных сухарях, твороге, сливочном мороженом и сгущённом молоке. Определите по диаграмме, в каком продукте содержание жиров наибольшее.



*К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

1) сухари 2) творог 3) мороженое 4) сгущённое молоко

В ответе запишите номер выбранного варианта.

Ответ: _____.

- 19** Родительский комитет закупил 10 пазлов для подарков детям в связи с окончанием учебного года, из них 5 с машинами и 5 с видами городов. Подарки распределяются случайным образом между 10 детьми, среди которых есть Витя. Найдите вероятность того, что Вите достанется пазл с машиной.

Ответ: _____.

- 20** Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле $S = \frac{d_1 d_2 \sin \alpha}{2}$, где d_1 и d_2 — длины диагоналей четырёхугольника, α — угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали d_2 , если $d_1 = 7$, $\sin \alpha = \frac{6}{11}$, а $S = 21$.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

- 21** Решите систему уравнений
$$\begin{cases} 3x^2 + 2y^2 = 50, \\ 12x^2 + 8y^2 = 50x. \end{cases}$$
- 22** Моторная лодка прошла против течения реки 132 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 5 часов меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 5 км/ч.
- 23** Постройте график функции $y = \frac{7x-6}{7x^2-6x}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

- 24** Расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до одной из его сторон равно 16, а одна из диагоналей ромба равна 64. Найдите углы ромба.
- 25** На средней линии трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC выбрали произвольную точку F . Докажите, что сумма площадей треугольников BFC и AFD равна половине площади трапеции.
- 26** На стороне BC остроугольного треугольника ABC ($AB \neq AC$) как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту AD в точке M , $AD = 90$, $MD = 69$, H — точка пересечения высот треугольника ABC . Найдите AH .

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

9 класс

16 февраля 2016 года

Вариант МА90503

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика». Всего в работе 26 заданий. Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части 1 — восемь заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Реальная математика» содержит семь заданий: все задания этого модуля — в части 1.

На выполнение работы отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 2, 3, 8, 14 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом являются число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную. В случае записи неверного ответа на задание части 1 зачеркните его и запишите рядом новый.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т. д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного выполнения работы Вам необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, из них не менее 3 баллов в модуле «Алгебра», не менее 2 баллов в модуле «Геометрия» и не менее 2 баллов в модуле «Реальная математика». За каждое правильно выполненное задание части 1 выставляется 1 балл. В каждом модуле части 2 задания оцениваются в 2 балла.

Желаем успеха!

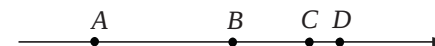
Часть 1

Модуль «Алгебра»

- 1 Найдите значение выражения $\left(\frac{1}{5} + \frac{8}{15}\right) \cdot 6$.

Ответ: _____.

- 2 На координатной прямой точки A , B , C и D соответствуют числам $-0,39$; $-0,09$; $-0,93$; $0,03$.



Какой точке соответствует число $-0,09$?

- 1) A 2) B 3) C 4) D

Ответ:

- 3 Найдите значение выражения $(\sqrt{87} - 7)^2$.

- 1) $136 - 14\sqrt{87}$ 2) 38 3) $38 - 14\sqrt{87}$ 4) $136 - 7\sqrt{87}$

Ответ:

- 4 Решите уравнение $(x - 8)^2 = (6 - x)^2$.

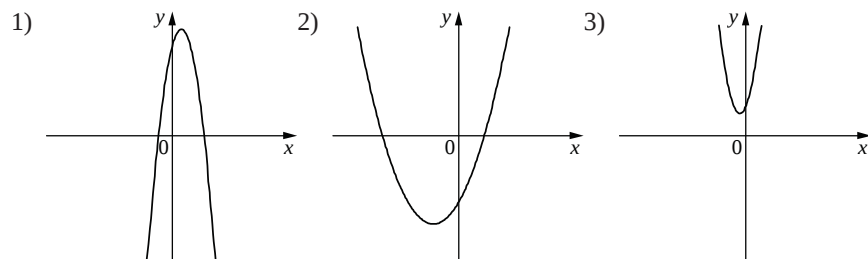
Ответ: _____.

- 5 На рисунках изображены графики функций вида $y = ax^2 + bx + c$. Установите соответствие между знаками коэффициентов a и c и графиками функций.

КОЭФФИЦИЕНТЫ

- А) $a < 0, c > 0$ Б) $a > 0, c > 0$ В) $a > 0, c < 0$

ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

- 6 Выписано несколько последовательных членов геометрической прогрессии:
...; 64; x ; 4; -1 ; ...

Найдите x .

Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения $(4 - y)^2 - y(y + 1)$ при $y = -\frac{1}{9}$.

Ответ: _____.

- 8 Укажите решение неравенства

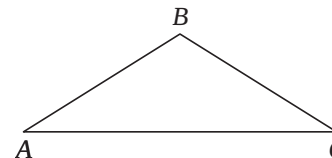
$$2x - 8 \leq 4x + 6.$$

- 1) $[-7; +\infty)$ 2) $(-\infty; -7]$ 3) $[1; +\infty)$ 4) $(-\infty; 1]$

Ответ: ☐

Модуль «Геометрия»

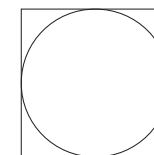
- 9 В треугольнике ABC известно, что $AB = BC$, $\angle ABC = 104^\circ$. Найдите $\angle BCA$.
Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

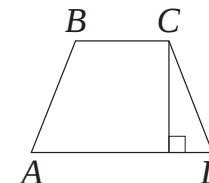
- 10 Найдите площадь квадрата, описанного около окружности радиуса 32.

Ответ: _____.

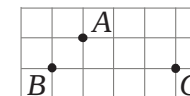


- 11 Высота равнобедренной трапеции, проведённая из вершины C , делит основание AD на отрезки длиной 11 и 17. Найдите длину основания BC .

Ответ: _____.



- 12 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 отмечены три точки: A , B и C . Найдите расстояние от точки A до прямой BC .



Ответ: _____.

- 13 Какое из следующих утверждений верно?

- Если в параллелограмме диагонали равны и перпендикулярны, то этот параллелограмм — квадрат.
- Смежные углы всегда равны.
- Каждая из биссектрис равнобедренного треугольника является его высотой.

В ответе запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

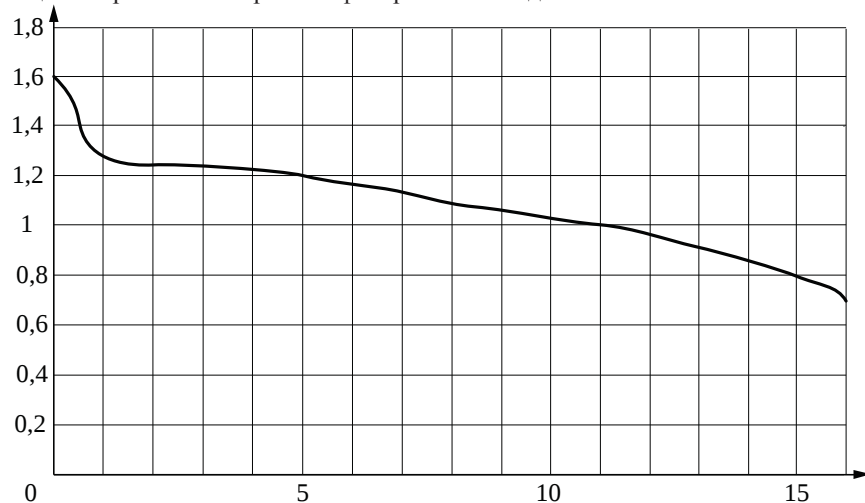
- 14 В таблице приведены нормативы по бегу на 60 м для учащихся 9 класса. Оцените результат девочки, пробежавшей эту дистанцию за 9,52 с.

	Мальчики			Девочки		
Отметка	«5»	«4»	«3»	«5»	«4»	«3»
Время, секунды	8,5	9,2	10,0	9,4	10,0	10,5

1) отметка «5» 2) отметка «4» 3) отметка «3» 4) норматив не выполнен

Ответ: ☐

- 15 При работе фонарика батарейка постепенно разряжается и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси — напряжение в вольтах. Определите по рисунку, какое напряжение будет в цепи через 15 часов работы фонарика. Ответ дайте в вольтах.

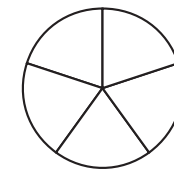


Ответ: _____.

- 16 Спортивный магазин проводит акцию. Любая футболка стоит 400 рублей. При покупке двух футболок — скидка на вторую футболку 40 %. Сколько рублей придётся заплатить за покупку двух футболок в период действия акции?

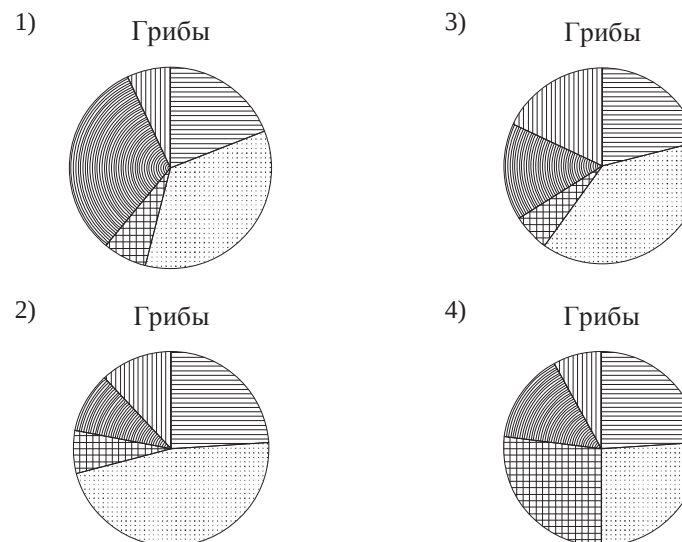
Ответ: _____.

- 17 На рисунке изображено колесо с пятью спицами. Сколько спиц в колесе, в котором угол между любыми соседними спицами равен 60° ?



Ответ: _____.

- 18 Какая из следующих круговых диаграмм показывает распределение грибов в лесу, если белых грибов всего 21%, мухоморов — 39%, лисичек — 6%, сыроежек — 16% и других грибов — 18%?



В ответе запишите номер выбранного варианта.

Ответ: _____.

- 19 В среднем из 50 карманных фонариков, поступивших в продажу, шесть неисправных. Найдите вероятность того, что выбранный наудачу в магазине фонарик окажется исправен.

Ответ: _____.

- 20** Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P = I^2 R$, где I — сила тока (в амперах), R — сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление R (в омах), если мощность составляет 29,25 Вт, а сила тока равна 1,5 А.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

- 21** Решите неравенство $\frac{-16}{(x+2)^2 - 5} \geq 0$.
- 22** Первые 450 км автомобиль ехал со скоростью 90 км/ч, следующие 230 км — со скоростью 115 км/ч, а последние 120 км — со скоростью 40 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.
- 23** Постройте график функции $y = |x|x + |x| - 3x$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Модуль «Геометрия»

- 24** Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC , пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно. Найдите BN , если $MN = 16$, $AC = 20$, $NC = 15$.
- 25** Биссектрисы углов B и C трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O , лежащей на стороне AD . Докажите, что точка O равноудалена от прямых AB , BC и CD .
- 26** В треугольнике ABC биссектриса угла A делит высоту, проведённую из вершины B , в отношении 13:12, считая от точки B . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC , если $BC = 20$.

Тренировочная работа по МАТЕМАТИКЕ

9 класс

16 февраля 2016 года

Вариант МА90504

Выполнена: ФИО _____ класс _____

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из трёх модулей: «Алгебра», «Геометрия», «Реальная математика». Всего в работе 26 заданий. Модуль «Алгебра» содержит 11 заданий: в части 1 — восемь заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Реальная математика» содержит семь заданий: все задания этого модуля — в части 1.

На выполнение работы отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 2, 3, 8, 14 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом являются число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную. В случае записи неверного ответа на задание части 1 зачеркните его и запишите рядом новый.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с того модуля, задания которого вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим модулям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Все необходимые вычисления, преобразования и т. д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные за верно выполненные задания, суммируются. Для успешного выполнения работы Вам необходимо набрать в сумме не менее 8 баллов, из них не менее 3 баллов в модуле «Алгебра», не менее 2 баллов в модуле «Геометрия» и не менее 2 баллов в модуле «Реальная математика». За каждое правильно выполненное задание части 1 выставляется 1 балл. В каждом модуле части 2 задания оцениваются в 2 балла.

Желаем успеха!

Часть 1

Модуль «Алгебра»

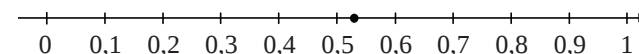
1

Найдите значение выражения $\left(\frac{5}{6} + 1\frac{1}{10}\right) \cdot 24$.

Ответ: _____.

2

Одно из чисел $\frac{2}{17}$; $\frac{4}{17}$; $\frac{8}{17}$; $\frac{9}{17}$ отмечено на прямой точкой.



Какое это число?

1) $\frac{2}{17}$

2) $\frac{4}{17}$

3) $\frac{8}{17}$

4) $\frac{9}{17}$

Ответ:

3

Значение какого из данных ниже выражений является числом иррациональным?

1) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12}$

3) $\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{6}}$

2) $(\sqrt{19} - \sqrt{6}) \cdot (\sqrt{19} + \sqrt{6})$

4) $\sqrt{8} + 2\sqrt{2}$

Ответ:

4

Решите уравнение $5x^2 - 9x + 4 = 0$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

- 5 Установите соответствие между функциями и их графиками.

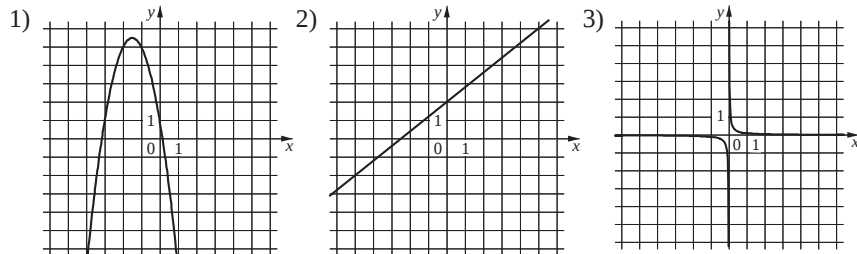
ФУНКЦИИ

A) $y = -2x^2 - 6x + 1$

Б) $y = \frac{1}{10x}$

В) $y = \frac{4}{5}x + 2$

ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В

Ответ:

- 6 Выписаны первые несколько членов геометрической прогрессии: -84 ; 42 ; -21 ; ... Найдите её пятый член.

Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения $\frac{xy + y^2}{4x} \cdot \frac{2x}{x + y}$ при $x = -7,8$, $y = -4,8$.

Ответ: _____.

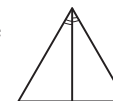
- 8 Укажите решение неравенства $5x + 4 \leq x + 6$.

- 1) $(-\infty; 0,5]$ 2) $(-\infty; 2,5]$ 3) $[0,5; +\infty)$ 4) $[2,5; +\infty)$

Ответ: ☐

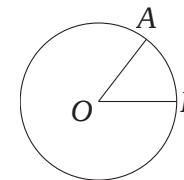
Модуль «Геометрия»

- 9 Биссектриса равностороннего треугольника равна $12\sqrt{3}$. Найдите его сторону.



Ответ: _____.

- 10 На окружности с центром O отмечены точки A и B так, что $\angle AOB = 18^\circ$. Длина меньшей дуги AB равна 98. Найдите длину большей дуги.



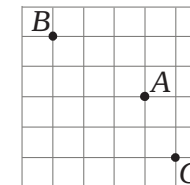
Ответ: _____.

- 11 Периметр ромба равен 136, а один из углов равен 30° . Найдите площадь ромба.



Ответ: _____.

- 12 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 отмечены три точки: A , B и C . Найдите расстояние от точки A до середины отрезка BC .



Ответ: _____.

- 13 Какие из следующих утверждений верны?

- Сумма углов любого треугольника равна 360 градусам.
- Серединные перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в точке, являющейся центром окружности, описанной около треугольника.
- Треугольника со сторонами 1 , 2 , 4 не существует.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

Модуль «Реальная математика»

- 14** В таблице приведены размеры штрафов за превышение максимальной разрешённой скорости, зафиксированное с помощью средств автоматической фиксации, установленные на территории России с 1 сентября 2013 года.

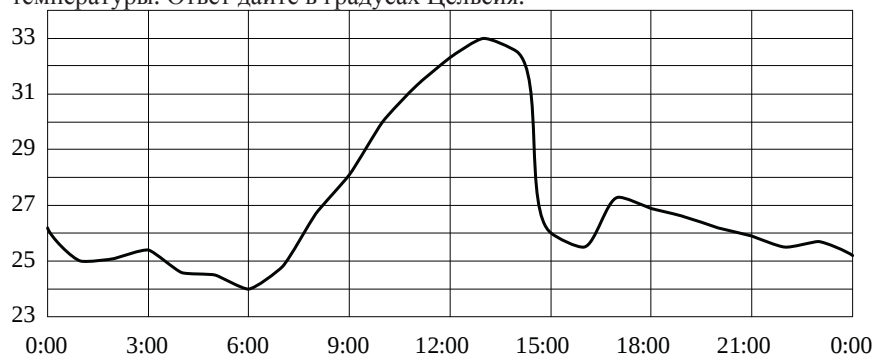
Превышение скорости, км/ч	21–40	41–60	61–80	81 и более
Размер штрафа, руб.	500	1000	2000	5000

Какой штраф должен заплатить владелец автомобиля, зафиксированная скорость которого составила 82 км/ч на участке дороги с максимальной разрешённой скоростью 40 км/ч?

- 1) 500 рублей 2) 1000 рублей 3) 2000 рублей 4) 5000 рублей

Ответ:

- 15** На рисунке показано, как изменялась температура воздуха на протяжении одних суток. По горизонтали указано время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Найдите наибольшее значение температуры. Ответ дайте в градусах Цельсия.

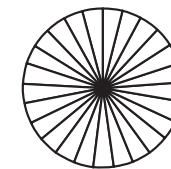


Ответ: _____.

- 16** Стоимость проезда в электричке составляет 209 рублей. Школьникам предоставляется скидка 50 %. Сколько рублей будет стоить проезд для 6 взрослых и 19 школьников?

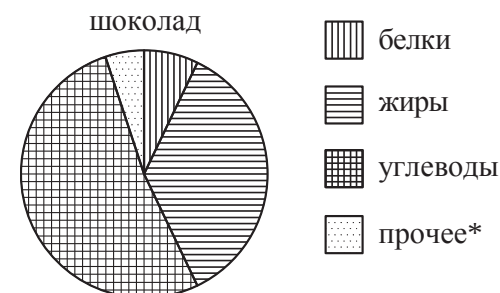
Ответ: _____.

- 17** Колесо имеет 25 спиц. Углы между соседними спицами равны. Найдите величину угла (в градусах), который образуют две соседние спицы.



Ответ: _____.

- 18** На диаграмме показано содержание питательных веществ в молочном шоколаде. Определите по диаграмме, в каких пределах находится содержание углеводов.



*К прочему относятся вода, витамины и минеральные вещества.

- 1) 5–15 % 2) 15–25 % 3) 45–55 % 4) 60–70 %

В ответе запишите номер выбранного варианта.

Ответ: _____.

- 19** У бабушки 10 чашек: 7 с красными цветами, остальные с синими. Бабушка наливает чай в случайно выбранную чашку. Найдите вероятность того, что это будет чашка с синими цветами.

Ответ: _____.

- 20** Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P = I^2 R$, где I — сила тока (в амперах), R — сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление R (в омах), если мощность составляет 224 Вт, а сила тока равна 4 А.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

21 Решите уравнение $x^2 - 3x + \sqrt{6-x} = \sqrt{6-x} + 40$.

22 Два бегуна одновременно стартовали в одном направлении из одного и того же места круговой трассы в беге на несколько кругов. Спустя один час, когда одному из них оставалось 1 км до окончания первого круга, ему сообщили, что второй бегун пробежал первый круг 20 минут назад. Найдите скорость первого бегуна, если известно, что она на 7 км/ч меньше скорости второго.

23 Постройте график функции $y = |x^2 - 6x + 5|$. Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

Модуль «Геометрия»

24 Прямая, параллельная основаниям трапеции $ABCD$, пересекает её боковые стороны AB и CD в точках E и F соответственно. Найдите длину отрезка EF , если $AD = 50$, $BC = 30$, $CF : DF = 7 : 3$.

25 В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы BCA и BDA равны. Докажите, что углы ABD и ACD также равны.

26 Биссектрисы углов A и B параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке K . Найдите площадь параллелограмма, если $BC = 2$, а расстояние от точки K до стороны AB равно 8.

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом**Модуль «Алгебра»****21**

Решите систему уравнений $\begin{cases} 2x^2 + y^2 = 36, \\ 8x^2 + 4y^2 = 36x. \end{cases}$

Решение.

Преобразуем систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x^2 + y^2 = 36, \\ 144 = 36x; \end{cases} \quad \begin{cases} y^2 + 32 = 36, \\ x = 4; \end{cases} \quad \begin{cases} y^2 = 4, \\ x = 4, \end{cases}$$

откуда получаем решения системы уравнений: $(4; -2)$ и $(4; 2)$.

Ответ: $(4; 2)$; $(4; -2)$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

22

Первую половину пути автомобиль проехал со скоростью 84 км/ч, а вторую — со скоростью 96 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

Решение.

Пусть половина трассы составляет s километров. Тогда первую половину трассы автомобиль проехал за $\frac{s}{84}$ часа, а вторую — за $\frac{s}{96}$ часа. Значит, его средняя скорость в км/ч равна

$$\frac{2s}{\frac{s}{84} + \frac{s}{96}} = 89,6.$$

Ответ: 89,6 км/ч.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

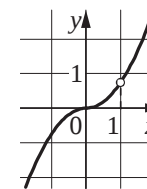
23

Постройте график функции $y = \frac{(0,75x^2 - 0,75x)|x|}{x-1}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

Решение.

Преобразуем выражение $\frac{(0,75x^2 - 0,75x)|x|}{x-1} = 0,75x|x|$ при условии, что $x \neq 1$.

Построим график функции $y = -0,75x^2$ при $x < 0$ и график функции $y = 0,75x^2$ при $0 \leq x < 1$ и $x > 1$.



Прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки при $m = 0,75$.

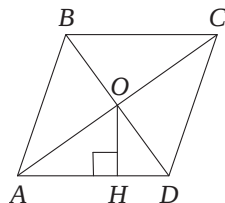
Ответ: 0,75.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	График построен верно, верно найдено искомое значение параметра
1	График построен верно, но искомое значение параметра найдено неверно или не найдено
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Модуль «Геометрия»

- 24 Расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до одной из его сторон равно 19, а одна из диагоналей ромба равна 76. Найдите углы ромба.

Решение.



Пусть расстояние от точки пересечения O диагоналей ромба $ABCD$ до стороны AD равно 19, диагональ $AC = 76$. Тогда в прямоугольном треугольнике AOH гипотенуза AO вдвое больше катета OH , значит, угол $ОАН$ равен 30° .

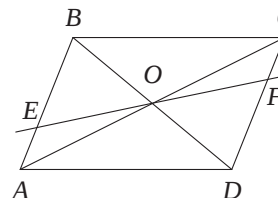
Диагонали ромба делят его углы пополам, значит, $\angle BAD = \angle BCD = 60^\circ$, а $\angle ABC = \angle ADC = 120^\circ$.

Ответ: 60° ; 120° .

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

- 25 Через точку O пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая стороны AB и CD в точках E и F соответственно. Докажите, что $AE = CF$.

Доказательство.

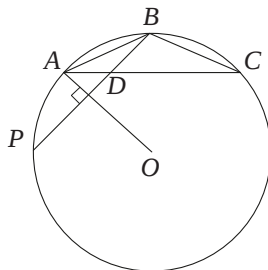


Рассмотрим треугольники AEO и CFO . Имеем $AO = OC$ по свойству диагоналей параллелограмма, $\angle EAO = \angle FCO$ как накрест лежащие углы и $\angle EOA = \angle FOC$ как вертикальные углы. Значит, эти треугольники равны по стороне и двум прилежащим к ней углам, а тогда $AE = CF$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

- 26 В треугольнике ABC известны длины сторон $AB=14$, $AC=98$, точка O — центр окружности, описанной около треугольника ABC . Прямая BD , перпендикулярная прямой AO , пересекает сторону AC в точке D . Найдите CD .

Решение.



Пусть продолжение отрезка BD за точку D пересекает описанную окружность треугольника ABC в точке P (см. рисунок). Тогда хорда BP перпендикулярна радиусу AO этой окружности. Значит, точка A — середина дуги BP , не содержащей вершину C . Отсюда следует, что $\angle ABD = \angle ABP = \angle ACB$ (как вписанные углы, опирающиеся на равные дуги). Поэтому треугольники ABD и ACB подобны по двум углам (угол A общий). Следовательно,

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AB}{AC}, \text{ откуда } AD = \frac{AB^2}{AC} = 2 \text{ и } CD = AC - AD = 98 - 2 = 96.$$

Ответ: 96.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом**Модуль «Алгебра»****21**

Решите систему уравнений $\begin{cases} 3x^2 + 2y^2 = 50, \\ 12x^2 + 8y^2 = 50x. \end{cases}$

Решение.

Преобразуем систему уравнений:

$$\begin{cases} 3x^2 + 2y^2 = 50, \\ 200 = 50x; \end{cases} \quad \begin{cases} 2y^2 + 48 = 50, \\ x = 4; \end{cases} \quad \begin{cases} y^2 = 1, \\ x = 4, \end{cases}$$

откуда получаем решения системы уравнений: $(4; -1)$ и $(4; 1)$.

Ответ: $(4; 1); (4; -1)$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

22

Моторная лодка прошла против течения реки 132 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 5 часов меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 5 км/ч.

Решение.

Пусть скорость моторной лодки в неподвижной воде равна v км/ч. Получаем уравнение

$$\frac{132}{v-5} - \frac{132}{v+5} = 5; \quad 132v + 660 - 132v + 660 = 5v^2 - 125; \quad v^2 = 289,$$

откуда $v = 17$.

Ответ: 17 км/ч.

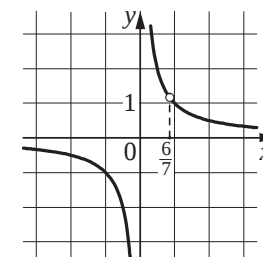
Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

23

Постройте график функции $y = \frac{7x-6}{7x^2-6x}$ и определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Решение.

Преобразуем выражение: $\frac{7x-6}{7x^2-6x} = \frac{1}{x}$ при условии, что $x \neq \frac{6}{7}$.



Прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку, если она проходит через точку $\left(\frac{6}{7}; \frac{7}{6}\right)$. Получаем, что $k = \frac{49}{36}$.

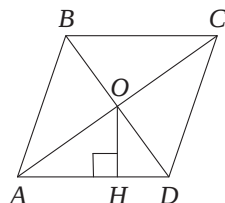
Ответ: $\frac{49}{36}$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	График построен верно, верно найдено искомое значение параметра
1	График построен верно, но искомое значение параметра найдено неверно или не найдено
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Модуль «Геометрия»

- 24 Расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до одной из его сторон равно 16, а одна из диагоналей ромба равна 64. Найдите углы ромба.

Решение.



Пусть расстояние от точки пересечения O диагоналей ромба $ABCD$ до стороны AD равно 16, диагональ $AC = 64$. Тогда в прямоугольном треугольнике AOH гипотенуза AO вдвое больше катета OH , значит, угол OAH равен 30° .

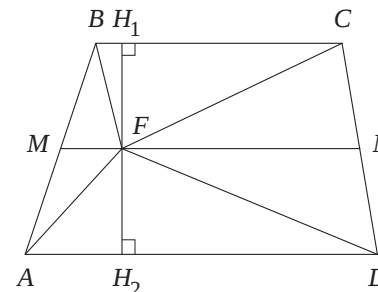
Диагонали ромба делят его углы пополам, значит, $\angle BAD = \angle BCD = 60^\circ$, а $\angle ABC = \angle ADC = 120^\circ$.

Ответ: 60° ; 120° .

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

- 25 На средней линии трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC выбрали произвольную точку F . Докажите, что сумма площадей треугольников BFC и AFD равна половине площади трапеции.

Доказательство.



Проведём через точку F высоту H_1H_2 трапеции. По теореме Фалеса средняя линия разделит высоту пополам.

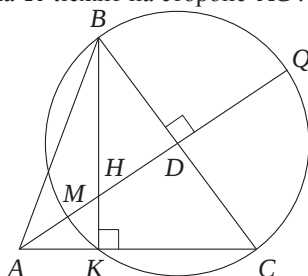
Пусть $FH_1 = FH_2 = h$. Сумма площадей треугольников BFC и AFD равна $h \cdot \frac{BC}{2} + h \cdot \frac{AD}{2} = h \cdot \frac{BC + AD}{2}$. При этом площадь трапеции равна $2h \cdot \frac{BC + AD}{2}$, что как раз вдвое больше найденной суммы.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

- 26 На стороне BC остроугольного треугольника ABC ($AB \neq AC$) как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту AD в точке M , $AD = 90$, $MD = 69$, H — точка пересечения высот треугольника ABC . Найдите AH .

Решение.

Пусть окружность с диаметром BC вторично пересекается с прямой AC в точке K (см. рисунок). Поскольку BK — высота остроугольного треугольника ABC , точка K лежит на стороне AC .



Продолжим высоту AD за точку D до пересечения с окружностью в точке Q . Тогда $DQ = MD = 69$. По следствию из теоремы о касательной и секущей $AK \cdot AC = AM \cdot AQ = 21 \cdot 159 = 3339$.

Из подобия прямоугольных треугольников AH и ADC следует, что

$$\frac{AK}{AH} = \frac{AD}{AC}, \text{ откуда } AK \cdot AC = AD \cdot AH = 90AH.$$

Значит, $90AH = 3339$. Следовательно, $AH = 37,1$.

Ответ: 37,1.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом**Модуль «Алгебра»****21**

Решите неравенство $\frac{-16}{(x+2)^2-5} \geq 0$.

Решение.

Исходное неравенство принимает вид

$$\frac{16}{(x+2-\sqrt{5})(x+2+\sqrt{5})} \leq 0,$$

откуда $-2-\sqrt{5} < x < -2+\sqrt{5}$.

Ответ: $(-2-\sqrt{5}; -2+\sqrt{5})$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

22

Первые 450 км автомобиль ехал со скоростью 90 км/ч, следующие 230 км — со скоростью 115 км/ч, а последние 120 км — со скоростью 40 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

Решение.

Заметим, что всего автомобиль проехал $450 + 230 + 120 = 800$ (км), затратив

на весь путь $\frac{450}{90} + \frac{230}{115} + \frac{120}{40} = 10$ (часов). Таким образом, его средняя

скорость равна $\frac{800}{10} = 80$ (км/ч).

Ответ: 80 км/ч.

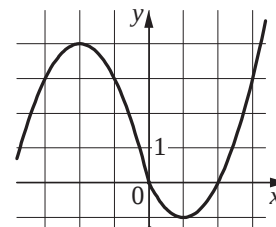
Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

23

Постройте график функции $y = |x|x + |x| - 3x$ и определите, при каких значениях t прямая $y = t$ имеет с графиком ровно две общие точки.

Решение.

Построим график функции $y = -x^2 - 4x$ при $x < 0$ и график функции $y = x^2 - 2x$ при $x \geq 0$.



Прямая $y = t$ имеет с графиком ровно две общие точки, если она проходит через вершину одной из парабол. Получаем, что $t = -1$ или $t = 4$.

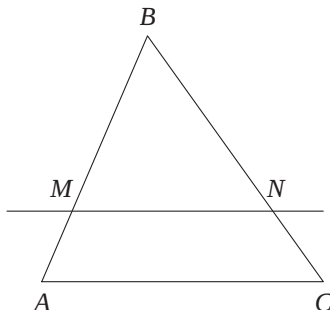
Ответ: $-1; 4$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Модуль «Геометрия»

- 24 Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC , пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно. Найдите BN , если $MN = 16$, $AC = 20$, $NC = 15$.

Решение.



Поскольку прямая MN параллельна прямой AC , углы BNM и BCA равны как соответственные. Следовательно, треугольники ABC и MBN подобны по двум углам.

Значит, $\frac{BC}{BN} = \frac{AC}{MN} = \frac{20}{16} = 1,25$, а поскольку $\frac{BC}{BN} = \frac{BN + NC}{BN} = 1 + \frac{15}{BN}$,

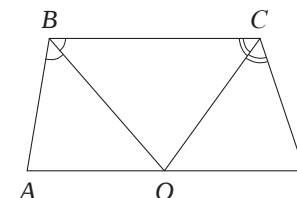
получаем, что $BN = \frac{15}{0,25} = 60$.

Ответ: 60.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

- 25 Биссектрисы углов B и C трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O , лежащей на стороне AD . Докажите, что точка O равноудалена от прямых AB , BC и CD .

Доказательство.



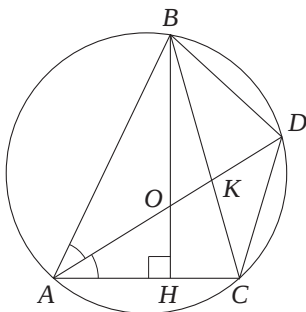
По свойству биссектрисы угла точка O равноудалена от прямых AB и BC (так как лежит на биссектрисе угла B) и равноудалена от прямых BC и CD (так как лежит на биссектрисе угла C). Значит, точка O равноудалена от всех трёх указанных прямых.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

26 В треугольнике ABC биссектриса угла A делит высоту, проведённую из вершины B , в отношении $13:12$, считая от точки B . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC , если $BC = 20$.

Решение.

Пусть BH — высота треугольника, которую биссектриса пересекает в точке O (см. рисунок).



Применяя к треугольнику ABH теорему о биссектрисе, получим, что $\frac{BO}{OH} = \frac{BA}{AH} = \frac{13}{12}$. Следовательно, $\cos A = \frac{AH}{AB} = \frac{12}{13}$. Тогда

$$\sin A = \sqrt{1 - \left(\frac{12}{13}\right)^2} = \frac{5}{13}.$$

Используя теорему синусов, найдём искомый радиус:

$$R = \frac{BC}{2\sin A} = \frac{20 \cdot 13}{2 \cdot 5} = 26.$$

Ответ: 26.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	<i>Максимальный балл</i>

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом**Модуль «Алгебра»****21**Решите уравнение $x^2 - 3x + \sqrt{6-x} = \sqrt{6-x} + 40$.**Решение.**При $x \leq 6$ исходное уравнение приводится к виду

$$x^2 - 3x - 40 = 0,$$

откуда $x = -5$ или $x = 8$. Условию $x \leq 6$ удовлетворяет только решение $x = -5$.**Ответ:** -5 .

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

22

Два бегуна одновременно стартовали в одном направлении из одного и того же места круговой трассы в беге на несколько кругов. Спустя один час, когда одному из них оставалось 1 км до окончания первого круга, ему сообщили, что второй бегун пробежал первый круг 20 минут назад. Найдите скорость первого бегуна, если известно, что она на 7 км/ч меньше скорости второго.

Решение.Пусть скорость первого бегуна v км/ч, тогда скорость второго $v + 7$ км/ч,а длина круга равна $\frac{40(v+7)}{60}$ км. Получаем уравнение

$$\frac{40(v+7)}{60} - 1 = v; \quad 40(v+7) - 60 = 60v; \quad 20v = 220,$$

откуда $v = 11$.**Ответ:** 11 км/ч.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

23

Постройте график функции $y = |x^2 - 6x + 5|$. Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

Решение.

Построим график функции $y = x^2 - 6x + 5$ при $x < 1$ и $x > 5$ и график функции $y = -x^2 + 6x - 5$ при $1 \leq x \leq 5$.

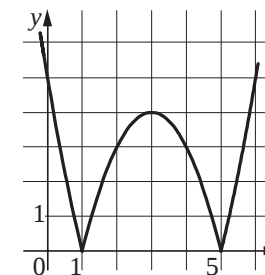


График данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс, 0, 2, 3 или 4 общие точки.

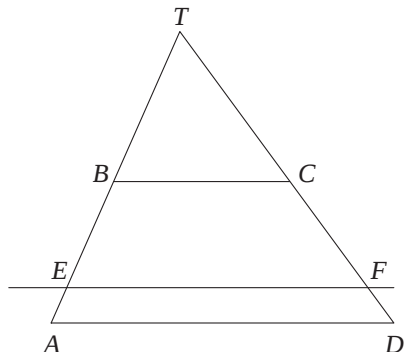
Ответ: 4.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	График построен верно, верно найдено искомое количество точек
1	График построен верно, но искомое количество точек найдено неверно или не найдено
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

Модуль «Геометрия»

- 24 Прямая, параллельная основаниям трапеции $ABCD$, пересекает её боковые стороны AB и CD в точках E и F соответственно. Найдите длину отрезка EF , если $AD = 50$, $BC = 30$, $CF : DF = 7 : 3$.

Решение.



Пусть T — точка пересечения прямых AB и CD . Поскольку прямые AD , EF и BC параллельны, треугольники ATD , ETF и BTC подобны. Следовательно, $\frac{TD}{TC} = \frac{AD}{BC} = \frac{5}{3}$, откуда $CD = \frac{2}{3}TC$, $CF = \frac{7}{10}CD = \frac{7}{15}TC$, а значит, $TF = \frac{22}{15}TC$.

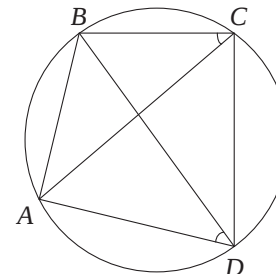
Получаем, что $\frac{EF}{BC} = \frac{TF}{TC} = \frac{22}{15}$, откуда $EF = 44$.

Ответ: 44.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

- 25 В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы BCA и BDA равны. Докажите, что углы ABD и ACD также равны.

Доказательство.



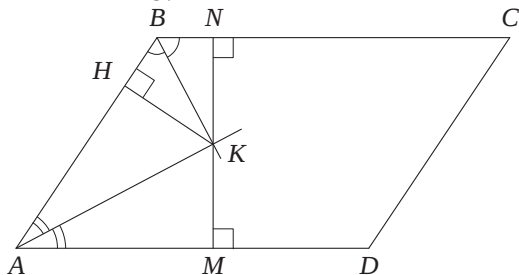
Поскольку четырёхугольник $ABCD$ выпуклый и $\angle BCA = \angle BDA$, получаем, что около четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность. А тогда $\angle ABD = \angle ACD$ как вписанные углы, опирающиеся на одну дугу AD .

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл

- 26 Биссектрисы углов A и B параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке K . Найдите площадь параллелограмма, если $BC = 2$, а расстояние от точки K до стороны AB равно 8.

Решение.

Пусть KH , KN и KM — перпендикуляры, опущенные из точки K к сторонам AB , BC и AD соответственно (см. рисунок). Тогда по свойству биссектрис $KM = KH = KN = 8$.



Кроме того, точки M , K и N лежат на одной прямой и $MN = MK + KN = 16$ — высота параллелограмма $ABCD$. По формуле площади параллелограмма находим

$$S_{ABCD} = BC \cdot MN = 2 \cdot 16 = 32.$$

Ответ: 32.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения правильный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка или описка вычислительного характера
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям
2	Максимальный балл