Для преподавателей

ГЕОМЕТРИЯ

ПОУРОЧНЫЕ ПЛАНЫ

по учебнику Л. С. Атанасяна, В. Ф. Бутузова, С. Б. Кадомцева, Э. Г. Позняка, И. И. Юдиной

8 КЛАСС

Издательство «Учитель»

ГЕОМЕТРИЯ

8 класс

Поурочные планы

по учебнику Л. С. Атанасяна, В. Ф. Бутузова, С. Б. Кадомцева, Э. Г. Позняка, И. И. Юдиной

Авторы-составители
Т. Л. Афанасьева, Л. А. Тапилина

4-е издание, исправленное

Волгоград

УДК 371.214.1
ББК 74.262.21
Г35

Авторы-составители
Т. Л. Афанасьева, Л. А. Тапилина

Геометрия. 8 класс : поурочные планы по учебнику
Г35 Л. С. Атанасяна [и др.] / авт.-сост. Т. Л. Афанасьева, Л. А. Тапилина. – 4-е изд., испр. – Волгоград : Учитель, 2013. – 166 с.
ISBN 978-5-7057-2310-2

Пособие содержит планы уроков, составленные опытными учителями математики в соответствии с материалами учебника Л. С. Атанасяна, В. Ф. Бутузова, С. Б. Кадомцева, Э. Г. Позняка, И. И. Юдиной «Геометрия. 7–9 классы» (М.: Просвещение, 2012). Предлагаются основные теоретические сведения, разнообразный дидактический материал, а также контрольные работы.

Предназначено учителям-предметникам 7–9 классов общеобразовательных школ; может быть полезно студентам педагогических вузов и слушателям ИПК.

УДК 371.214.1
ББК 74.262.21

Пособия издательства «Учитель» допущены к использованию в образовательном процессе Приказом Министерства образования и науки РФ № 16 от 16.01.2012 г.

ISBN 978-5-7057-2310-2

Последнее издание, 2013

ВВЕДЕНИЕ

Цель данного пособия – практическая помощь учителю, особенно молодому, в выборе путей построения урока и форм организации учебной деятельности учащихся.

Планирование дается из расчета 2 часа в неделю (68 часов) в соответствии с распределением часов, предлагаемым Программой общеобразовательных учреждений. Структура пособия соответствует структуре базового учебника «Геометрия. 7–9 классы» Л. С. Атанасяна, В. Ф. Бутузова, С. Б. Кадомцева, Э. Г. Позняка, И. И. Юдиной (М.: Просвещение, 2012).

В пособии содержатся основные теоретические сведения, разнообразный дидактический материал, а также контрольные работы.

При отборе учебного материала авторы преследовали цель: совершенствовать практические навыки и умения учащихся.

Надеемся, что предложенные поурочные планы окажут существенную помощь в подготовке и проведении уроков тем, кто будет работать по этому учебному пособию.

ПОЧАСОВОЕ ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА
(первый вариант программы)

Номер пара-графа	Название темы	Кол-во часов
	Глава V. Четырехугольники	14 ч
§ 1	Многоугольники	2
§ 2	Параллелограмм и трапеция	6
§ 3	Прямоугольник. Ромб. Квадрат	4
	Решение задач	1
	Контрольная работа № 1	1
	Глава VI. Площадь	14 ч
§ 1	Площадь многоугольника	2
§ 2	Площади параллелограмма, треугольника и трапеции	6
		3
§ 3	Теорема Пифагора	2
	Решение задач	1
	Контрольная работа № 2	
	Глава VII. Подобные треугольники	19 ч
§ 1	Определение подобных треугольников	2
§ 2	Признаки подобия треугольников	5
	Контрольная работа № 3	1
§ 3	Применение подобия к доказательству теорем и решению задач	7
§ 4	Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника	3
	Контрольная работа № 4	1
	Глава VIII. Окружность	17 ч
§ 1	Касательная к окружности	3
§ 2	Центральные и вписанные углы	4
§ 3	Четыре замечательные точки треугольника	3
§ 4	Вписанная и описанная окружности	4
	Решение задач	2
	Контрольная работа № 5	1
	Повторение. Решение задач	4 ч
	Всего	68 ч

Глава V. ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКИ
(14 часов)

Основная цель – дать учащимся систематические сведения о четырехугольниках и их свойствах; сформулировать представления о фигурах, симметричных относительно точки или прямой.

МНОГОУГОЛЬНИКИ (§ 1)
(2 часа)

Урок 1

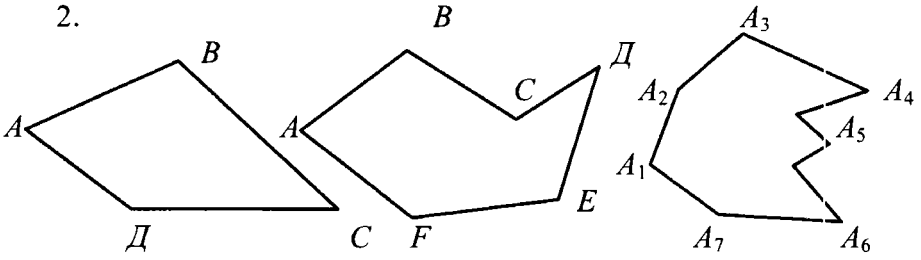
Цели: ввести понятия многоугольника и выпуклого многоугольника и рассмотреть четырехугольник как частный вид многоугольника; научить объяснять, какая фигура называется многоугольником, и называть его элементы; повторить в ходе решения задач признаки равенства треугольников.

Ход урока

I. Объяснение нового материала.

1. Напомнить учащимся определение треугольника. Вспомнить элементы треугольника (сторона, вершина, угол).

2.



Что общего у этих геометрических фигур?

3. Вводится понятие многоугольника.

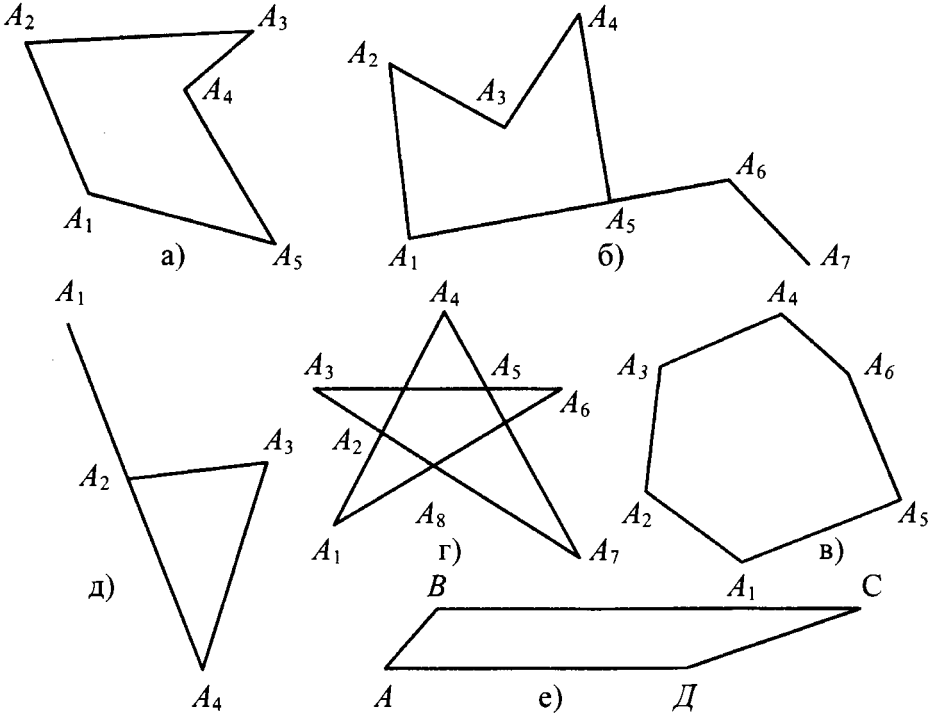
4. Рассматриваются элементы многоугольника (вершины, стороны, диагонали, углы).

5. Отмечается, что каждый многоугольник разделяет плоскость на две области – внутреннюю и внешнюю.

6. Дается понятие выпуклого многоугольника.

II. Закрепление изученного материала.

1. Ответить на вопросы (устно):



Какие фигуры, изображенные на доске, являются многоугольниками?

Учитель после обсуждения убирает те рисунки, на которых изображены фигуры, не являющиеся многоугольниками.

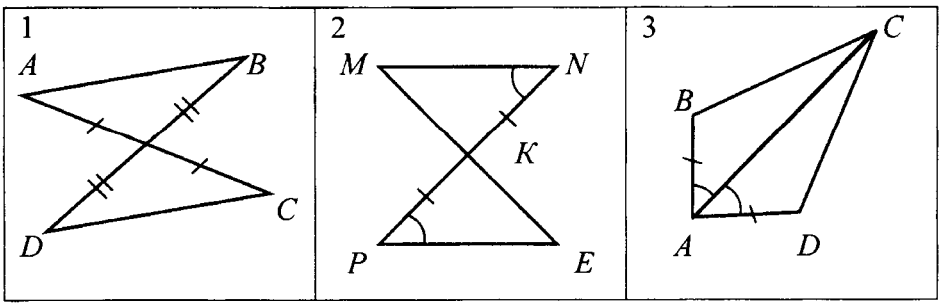
Какие многоугольники являются выпуклыми?

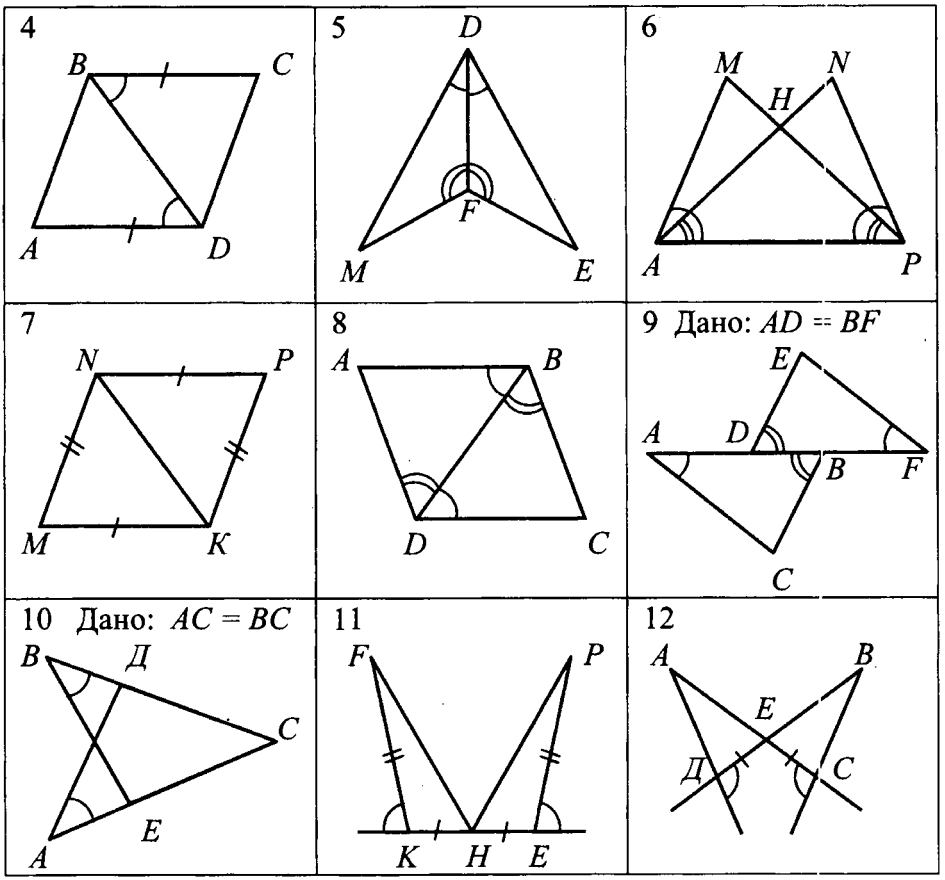
2. З а д а н и е для каждого ряда:

Начертите выпуклый семиугольник, восьмиугольник, девятиугольник и проведите все диагонали из какой-нибудь его вершины. Сколько получилось треугольников?

III. Повторение.

Найти пары равных треугольников и доказать их равенство: на рис. 1–9.





IV. Итоги урока.

Домашнее задание: вопросы 1, 2, с. 114; № 366, 363; найти пары равных треугольников и доказать их равенство на рис. 10–12.

Урок 2

Цели: вывести формулу суммы углов выпуклого многоугольника; научить решать задачи с помощью этой формулы; при решении задач повторить признаки параллельности прямых и свойства углов при параллельных прямых и секущей.

Ход урока

I. Устные упражнения.

1. Назовите многоугольник, все виды которого являются выпуклыми многоугольниками. *(Треугольник.)*

2. Сколько диагоналей можно провести из одной вершины n-угольника, если $n = 4$, $n = 5$, $n = 6$, n – произвольное число, больше 2?

3. Из одной вершины выпуклого n-угольника проводятся все его диагонали. Сколько при этом образуется треугольников, если $n = 4$, $n = 5$, $n = 6$, n – произвольное натуральное число, больше 2?

4. С помощью разбивки на треугольники найдите суммы углов выпуклых девятиугольника и одиннадцатиугольника.

II. Объяснение нового материала.

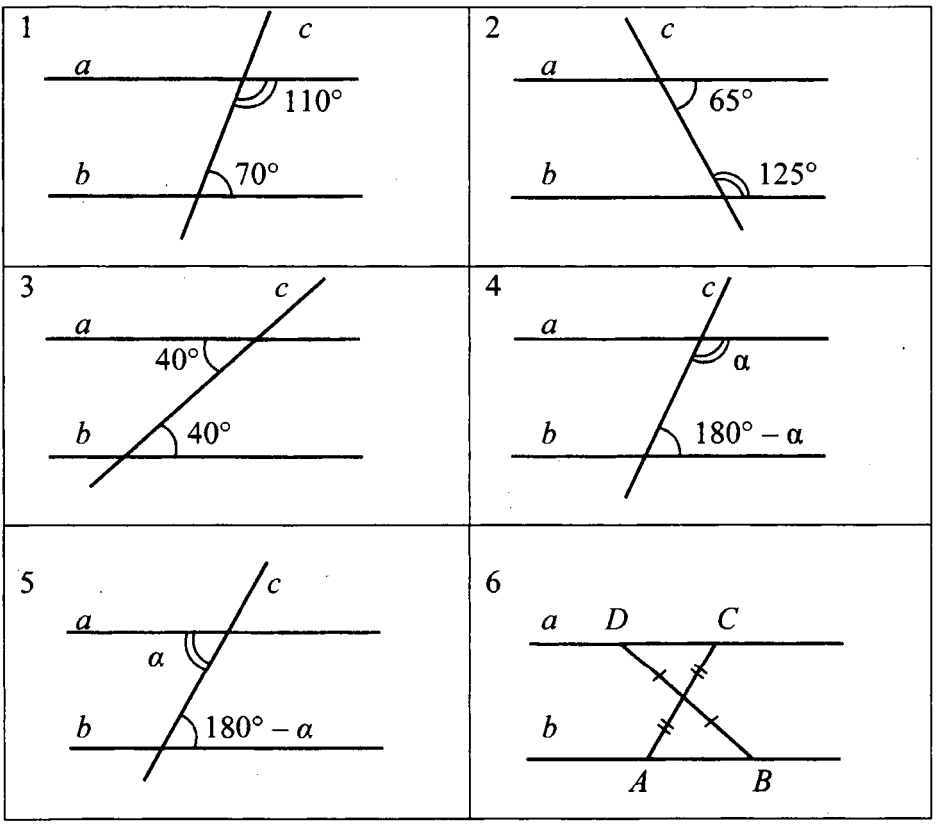
Сформулировать и доказать теорему о сумме углов выпуклого n-угольника.

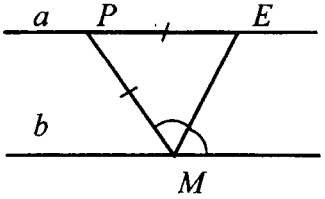
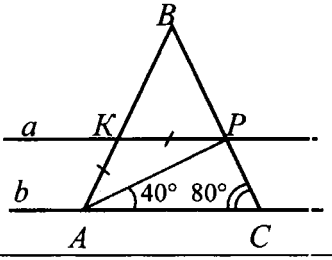
III. Закрепление изученного материала.

Решить задачи № 364 (а), 365 (а, г), 370.

IV. Повторение.

Параллельны ли прямые a и b?



7 	8 Дано: $AB = BC$. 

V. Итоги урока.

Домашнее задание: вопросы 3–5, с. 114; № 365 (б, в), 368, 369.

ПАРАЛЛЕЛОГРАММ И ТРАПЕЦИЯ (§ 2)

(6 часов)

Урок 1

Цели: ввести определение параллелограмма, рассмотреть его свойства.

Ход урока

I. Проверка домашнего задания.

Обсудить решения домашних задач, ответить на вопросы учащихся.

II. Самостоятельная работа.

Вариант I.

1. Найдите сумму углов выпуклого тринадцатиугольника.
2. Каждый угол выпуклого многоугольника равен 135°. Найдите число сторон этого многоугольника.

Вариант II.

1. Найдите сумму углов выпуклого двенадцатиугольника.
2. Сумма углов выпуклого многоугольника с равными друг другу углами равна 1260°. Найдите число сторон этого многоугольника.

Вариант III (для более подготовленных учащихся).

Каждый угол данного выпуклого многоугольника равен 150°. Найдите сумму углов выпуклого многоугольника, число сторон

которого в два раза меньше, чем число сторон данного многоугольника.

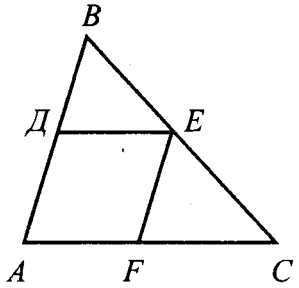
III. Изучение нового материала.

1. Дать определение параллелограмма. Воспроизвести рисунок 157 из учебного пособия на доске (учащиеся – в тетрадях) и записать: «Параллелограмм *АВСД*». Предложить учащимся записать пары параллельных сторон: *АВ* || *СД*, *ВС* || *АД*.

Обратить внимание учащихся на то, что определение параллелограмма позволяет сделать два вывода:

1) Если известно, что некоторый четырехугольник является параллелограммом, то можно сделать вывод о том, что его противоположные стороны параллельны.

2) Если известно, что у некоторого четырехугольника противоположные стороны попарно параллельны, то он является параллелограммом.



2. На закрепление определения параллелограмма можно предложить учащимся устные задания:

1) Дан ΔABC. Параллельно сторонам *АВ* и *АС* проведены прямые *EF* и *ДЕ*. Определите вид четырехугольника *АДЕF*.

2) В параллелограмме *АВСД* проведена диагональ *ВД*. Докажите, что $\angle АВД = \angle СДВ$.

3) Прямая *EF* параллельна стороне *АВ* параллелограмма *АВСД*. Докажите, что *ABEF* – параллелограмм.

3. Рассмотреть свойства параллелограмма.

4. Доказать, что в параллелограмме сумма углов, прилежащих к одной стороне, равна 180°.

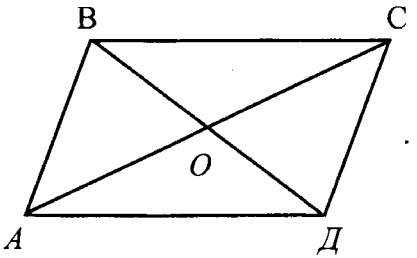
IV. Закрепление изученного материала.

Решить задачи № 376 (а) – устно; № 376 (б), 372 (а).

V. Итоги урока.

Если в условии задачи дано, что *АВСД* – параллелограмм, то можно использовать его свойства:

АВСД – параллелограмм	$AB \parallel СД$, $BC \parallel АД$ $AB = СД$, $BC = АД$ $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle Д$ $\angle A + \angle B = 180°$ и т. д. $AO = OC$, $BO = ОД$.



Домашнее задание: вопросы 6–8, с. 114; № 372 (б), 376 (в, г), 374.

Для желающих можно выдать индивидуальное задание:

1. В параллелограмме *АВСД* на сторонах *АД* и *ВС* взяты точки *К* и *Е* соответственно так, что $\angle KBE = 90°$ и отрезок *ЕК* проходит через точку *О* пересечения диагоналей. Докажите, что $BO = OE$.

2. На сторонах *АС* и *ВС* треугольника *АВС* отмечены точки *Д* и *Е* соответственно, а внутри треугольника – точка *М* так, что четырехугольник *ДСЕМ* является параллелограммом и $ДЕ \parallel AB$. Прямая *ДМ* пересекает отрезок *АВ* в точке *К*, а прямая *ЕМ* – в точке *Н*. Докажите, что $AK = HB$.

Указания к решению задач.

1. Последовательно доказываем, что $\Delta BOE = \Delta KOД$, $\Delta ВДЕ = \Delta BKE$, $ЕД \parallel BK$, $ЕД = BK$, $\Delta BKE = \Delta ВЕД$, $\angle BKE = \angle ВДЕ$, $\angle KEB = \angle ДВЕ$. Значит, $OB = OE$.

2. В параллелограммах *АДЕН* и *КДЕВ*, $AH = ДЕ$ и $KB = ДЕ$. Значит, $AH = KB$. Следовательно, $AK = HB$.

Урок 2

Цели: доказать признаки параллелограмма и рассмотреть решение задач.

Ход урока

I. Проверка домашнего задания.

1. Ответить на вопросы учащихся по домашнему заданию.

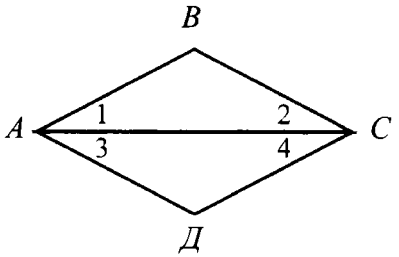
2. Выполнить задания (устно):

1) На рисунке: а) $\angle 1 = \angle 4$, $\angle 2 = \angle 3$. Является ли четырехугольник *АВСД* параллелограммом?

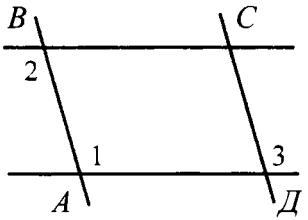
2) На рисунке б) $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$. Докажите, что четырехугольник *АВСД* – параллелограмм.

3) На рисунке в) $MM \parallel PQ$, $\angle M = \angle P$. Докажите, что *MNPO* – параллелограмм.

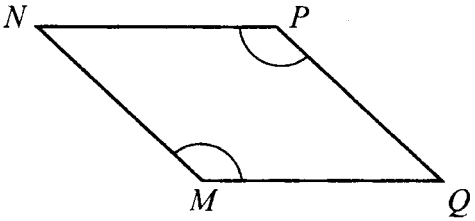
4) Является ли четырехугольник *АВСД*, изображенный на рисунке г), параллелограммом, если а) $\angle 1 = 70°$; $\angle 3 = 110°$; $\angle 2 + \angle 3 = = 180°$; б) $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 2 \neq \angle 4$?



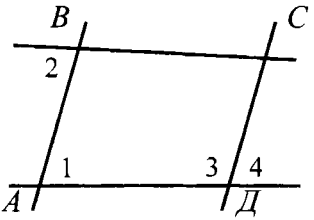
а)



б)



в)



г)

3. Анализ самостоятельной работы.

II. Изучение нового материала.

1. Перед тем как приступить к изучению признаков параллелограмма, следует напомнить учащимся, что означает слово «признак» и что такое обратная теорема.

2. Предложить учащимся самим сформулировать теоремы, обратные утверждениям о свойствах параллелограмма.

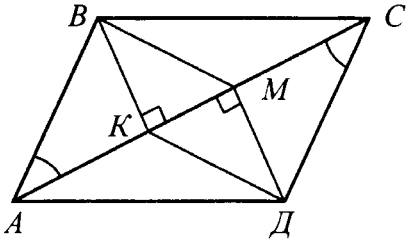
3. Подчеркнуть, что некоторое утверждение верно, но отсюда еще не следует, что верно и обратное ему утверждение.

4. Доказательство признаков можно провести силами учащихся.

III. Закрепление изученного материала.

Решить задачи № 379, 382.

№ 379.



Решение.

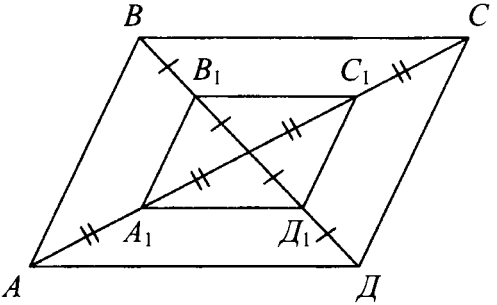
1) Так как $BK \perp AC$ и $ДM \perp AC$, то $BK \parallel ДM$.

2) Прямоугольные треугольники ABK и $СДM$ равны по острому углу и гипотенузе ($\angle BAK = \angle ДCM$ как внутренние накрест лежащие при $AB \parallel СД$ и секущей AC, $AB = ДC$ по свойству параллелограмма).

3) Тогда $BK = ДM$.

4) Четырехугольник $BMДK$ является параллелограммом, так как $BK \parallel ДM$, $BK = ДM$.

№ 382.



Решение.

1) По свойству параллелограмма $AO = OC$, $BO = OД$.

2) По условию $BB_1 = B_1O = ОД_1 = Д_1Д$ и $AA_1 = A_1O = OC_1 = C_1C$.

3) Четырехугольник $A_1B_1C_1Д_1$ – параллелограмм, так как его диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам.

IV. Итоги урока.

Если в задаче необходимо доказать, что $ABCД$ – параллелограмм, то применяют один из признаков:

$AB \parallel СД$ и $BC \parallel СД$	⇨	$ABCД$ – параллелограмм
$AB \parallel СД$ и $AB = СД$	⇨	$ABCД$ – параллелограмм
$AB = СД$ и $AД = BC$	⇨	$ABCД$ – параллелограмм
$AO = OC$ и $BO = OД$	⇨	$ABCД$ – параллелограмм

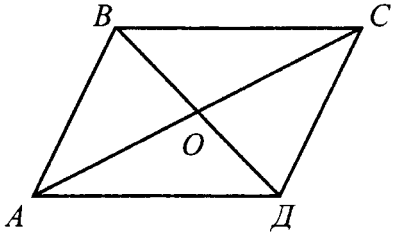
Домашнее задание: вопросы 6–9, с. 114; № 380, 373, 377, 384.

Урок 3

Цели: закрепить навыки в решении задач на применение признаков и свойств параллелограмма; проверить знания учащихся по этой теме.

Ход урока

I. Проверка домашнего задания.



АВСД – параллелограмм:

а) Найти все углы АВД, если $\angle A = 42°$.

б) Сумма двух из них равна 112°

в) Найти периметр треугольника *ВОА*, если *ДС* = 10 см, *ВД* = 18 см, *АС* = 20 см.

г) В окружности проведены диаметры *АВ* и *СД*. Докажите, что *АВСД* – параллелограмм.

II. Решение задач.

№ 372 (б).

Решение.

Пусть $AB = x$ см, а $BC = (x + 7)$ см.

Так как периметр параллелограмма 48 см, имеем уравнение:

$$x + x + 7 = \frac{48}{2},$$

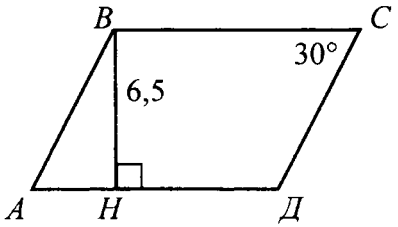
$2x + 7 = 24,$

$2x = 14,$

$x = 7.$

Ответ: $AB = 7$ см, $BC = 14$ см.

№ 373.



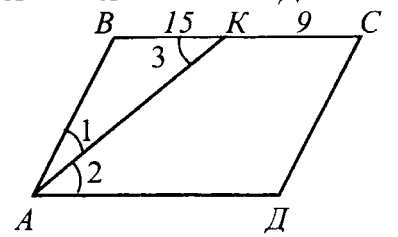
Решение.

1) $\angle A = \angle C$ по свойству параллелограмма.

2) ΔABH – прямоугольный; катет *ВН* лежит против угла в 30°, поэтому гипотенуза *АВ* в два раза больше него. Итак, $AB = 13$ см

$BC = (50 - 13 \cdot 2) : 2 = 12$ см.

Ответ: 12, 13 см.



№ 374. Решение.

1) $\angle 1 = \angle 2$, так как *АК* – биссектриса, $\angle 2 = \angle 3$ как внутренние накрест лежащие углы при $BC \parallel AД$ и секущей *АК*.

Имеем $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$.

2) ΔABK – равнобедренный, так как $\angle 1 = \angle 3$. Получили $AB = BK = 15$ см.

3) $BC = BK + KC = 15 + 9 = 24$ (см).

4) $P_{ABCД} = (15 + 24) \cdot 2 = 78$ (см).

Ответ: 78 см.

III. Самостоятельная работа.

Вариант I.

1. В параллелограмме *АВСД* диагонали равны 8 см и 5 см, сторона *ВС* равна 3 см, *О* – точка пересечения диагоналей. Чему равен периметр треугольника *АОД*?

2. В параллелограмме *АВСД* проведена биссектриса угла *А*, которая пересекает сторону *ВС* в точке *Е*. Докажите, что $\Delta ДЕС$ равнобедренный.

3. *АС* и *ВД* – диаметры окружности с центром *О*. Докажите, что *А, В, С* и *Д* – вершины параллелограмма.

Вариант II.

1. Определите стороны параллелограмма, если его периметр равен 38 дм, а одна из сторон на 11 дм больше другой.

2. В параллелограмме *ВСДЕ* диагонали пересекаются в точке *М*. Найдите периметр ΔBMC, если $ДЕ = 7$ см, $ВД = 12$ см, $CE = 16$ см.

3. В параллелограмме *ВДЕF* на сторонах *BF* и *ДЕ* отложены равные отрезки *ВО* и *ДN*. Докажите, что четырехугольник *ONEF* также является параллелограммом.

Домашнее задание: вопросы 6–9, с. 114; № 420, 425; повторить п. 25, 29.

Урок 4

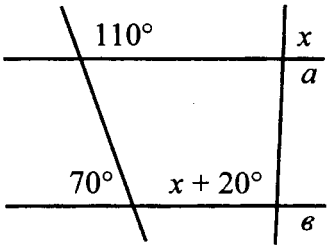
Цели: ввести понятия «трапеция», «равнобокая трапеция», «прямоугольная трапеция»; рассмотреть решение задач, в которых раскрываются свойства трапеции.

Ход урока

I. Анализ ошибок, сделанных в самостоятельной работе.

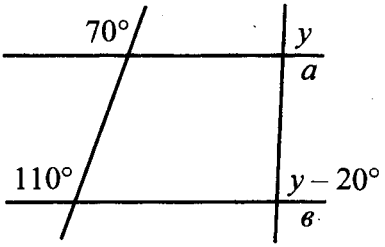
Устно: определите x, y, z.

1)



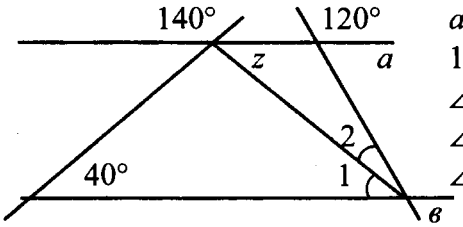
$110° + 70° = 180° \Rightarrow a \parallel в$,
тогда $x + x + 20° = 180°$, $x = 80°$.

2)



$y = 100°$

3)

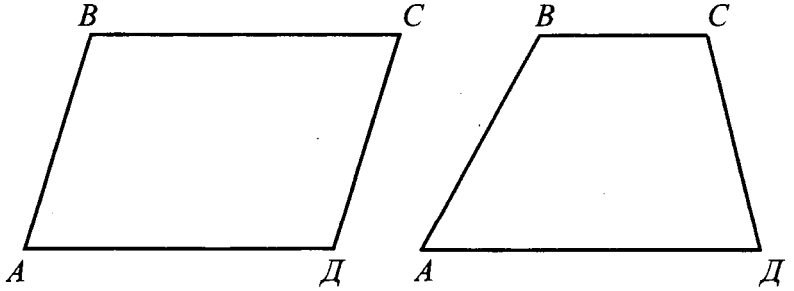


$140° + 40° = 180° \Rightarrow$
$a \parallel в$, тогда
$120° + \angle 1 + \angle 2 = 180°$
$\angle 1 + \angle 2 = 60°$
$\angle 1 = \angle 2 = 30°$
$\angle 1 = z = 30°$, так как $a \parallel в$.

II. Изучение нового материала.

1. Вспомнить с учащимися определение параллелограмма.

2. Рассмотреть такой четырехугольник, у которого две противолежащие стороны параллельны, а две другие – непараллельны.

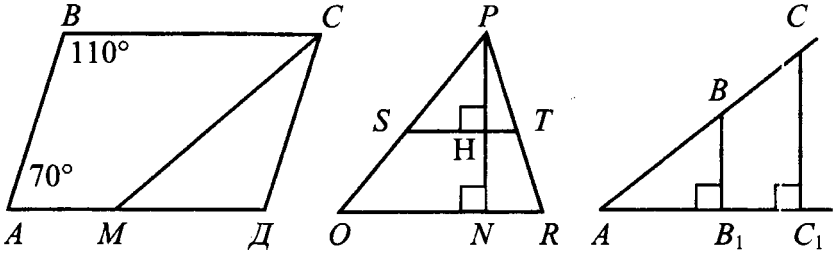


3. Определение трапеции и ее элементов (рис. 161 из учебника).

4. Виды трапеции (рис. 162 из учебника).

5. На закрепление понятия можно предложить учащимся следующие вопросы:

Какие четырехугольники на рисунке являются трапециями? Назовите их основания и боковые стороны.

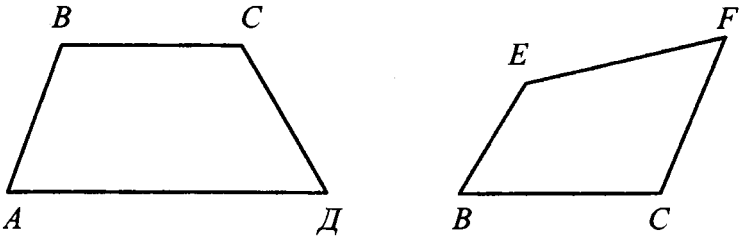


а) б) в)

III. Решение задач.

№ 385 (решена в учебнике), № 386 (по теореме Фалеса). Можно после решения этой задачи дать определение средней линии трапеции.

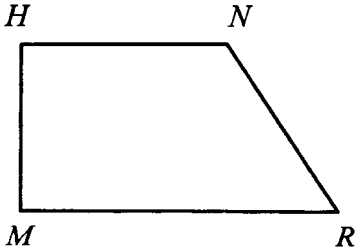
IV. Итоги урока.



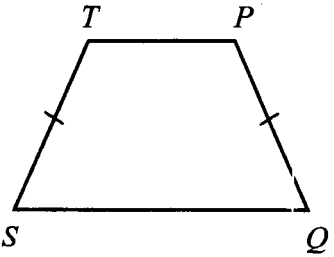
1. *АВСД, BEFC* – трапеции.

2. Частные виды трапеции:

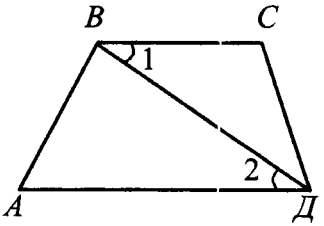
прямоугольная трапеция



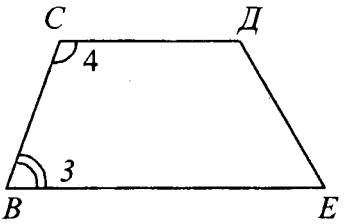
равнобокая трапеция (равнобедренная).



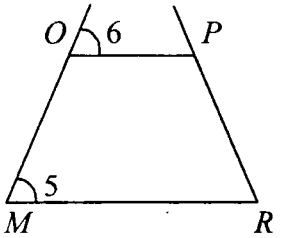
3. В решении задач на трапецию можно использовать свойства углов при параллельных прямых и секущей $\angle 1 = \angle 2$ (как внутренние накрест лежащие при $BC \parallel АД$ и секущей $ВД$).



$\angle 3 + \angle 4 = 180°$ (как внутренние односторонние при $СД \parallel BE$ и секущей BC).



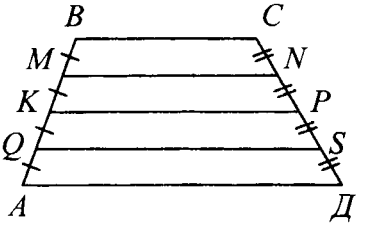
$\angle 5 + \angle 6$ (как соответственные при $OP \parallel MR$ и секущей OM).



4. Применение теоремы Фалеса в трапеции:

а) $BC \parallel MN \parallel KP \parallel QS \parallel АД$ и $MB = MK = KQ = QA$, то $CN = NP = PS = SD$;

б) $MB = MK = KQ = QA$ и $CN = NP = PS = SД$, то $BC \parallel MN \parallel KP \parallel QS \parallel АД$.



Домашнее задание: вопросы 10, 11, с. 114; № 384, 387.

Дана трапеция $MPOK$ с основаниями MK и OP.

1) Найти углы трапеции, если $\angle M = 72°$, $\angle O = 105°$.

2) Найти $\angle OPK$ и $\angle POM$, если $\angle OMK = 38°$, $\angle PKM = 48°$.

3) Углы ΔMKN (N – точка пересечения диагоналей трапеции), если $\angle OPK = 72°$, $\angle POM = 48°$.

Урок 5

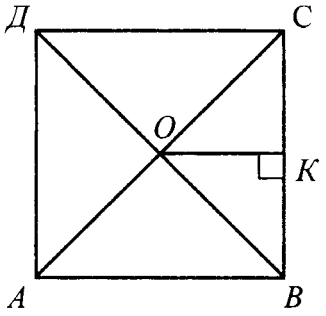
Цель: рассмотреть свойства и признаки равнобокой трапеции при решении задач.

Ход урока

I. Проверка домашнего задания.

1. Ответить на вопросы учащихся по домашнему заданию.

2. Выполнить задание (устно).



АВСД – квадрат.

Вид четырехугольника *АОКВ* определить.

Найти его углы.

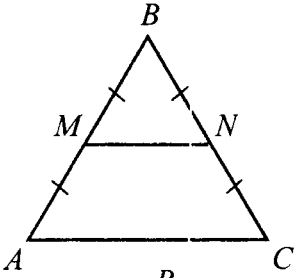
Решение.

$\angle OAB = 45°$ по свойству квадрата

$\angle AOK = 180° - 45° = 135°$,

$\angle OKB = \angle KBA = 90°$.

3. ΔABC – равносторонний. Определить вид четырехугольника *MNCA*. Найти его углы.

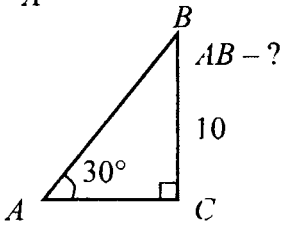


Решение.

$\angle A = \angle C = 60°$,

$\angle M = \angle N = 180° - 60° = 120°$.

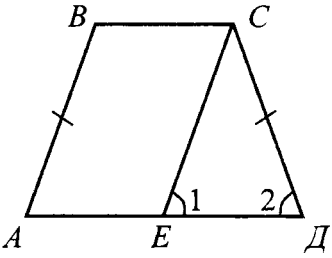
4.



II. Решение задач.

№ 388 (а). План решения.

I способ:



1) Проведем $CE \parallel AB$.

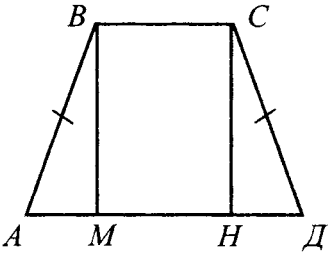
2) Докажем, что *ABCE* – параллелограмм, тогда $AB = CE$.

3) Докажем, что $\Delta СДЕ$ – равнобедренный, тогда $\angle 1 = \angle 2$.

4) Докажем, что $\angle A = \angle 2$. (Используя, что $AB \parallel CE$, $\angle A$ и $\angle 1$ – соответственные.)

5) Докажем, что $\angle B = \angle ВСД$ (используя, что $АД \parallel BC$, $\angle B$ и $\angle A$, $\angle ВСД$ и $\angle 2$ – пары внутренних односторонних углов).

II способ:



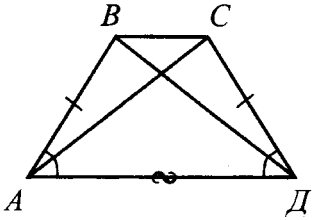
1) Проведем $BM \perp АД$ и $CH \perp АД$.

2) Докажем, что *BCHM* – параллелограмм, тогда $BM = EH$.

3) Докажем, что $\Delta ABM = \Delta ДСН$ (по катету и гипотенузе), тогда $\angle A = \angle Д$.

4) Аналогично I способу докажем, что $\angle ABC = \angle BCД$.

№ 388 (б) – устно.



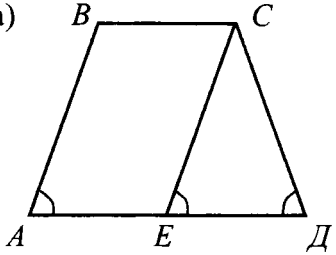
$\angle A = \angle Д$ по свойству равнобокой трапеции $AB = CД$.

$AД$ – общая.

$\Delta ABД = \Delta ДCA$ по I признаку равенства треугольников, тогда $AC = BД$.

№ 389 (признаки равнобокой трапеции; обратная теорема № 388 (а; б).

а)

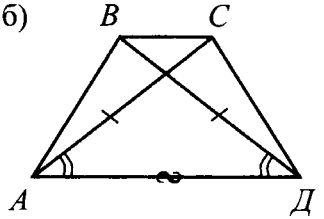


Проведем $CE \parallel AB$, тогда $\angle A = \angle E = \angle Д$.

$\Delta CEД$ – равнобедренный, поэтому $CД = CE$, а так как $ABCZ$ – параллелограмм, то $AB = CE$. Имеем $AB = CE = CД$.

$ABCД$ – равнобокая трапеция.

б)



$\Delta ACД = \Delta ДBA$ по I признаку равенства треугольников, тогда $AB = CД$.

№ 389. Можно решить устно (если класс является более подготовленным).

№ 390 (устно).

III. Самостоятельная работа.

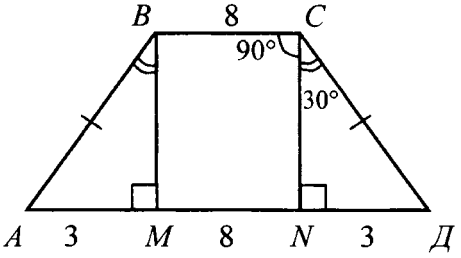
Вариант I. Найдите боковые стороны равнобедренной трапеции, основания которой равны 14 см и 8 см, а один из углов равен 120°.

Вариант II. Найдите меньшее основание равнобедренной трапеции, если ее большее основание равно 16 см, боковая сторона – 10 см, а один из углов равен 60°.

Вариант III. Диагональ AC равнобедренной трапеции $ABCД$ делит пополам угол $BAД$. Найти периметр трапеции, если основание $AД$ равно 12 см, а угол $AДC$ равен 60°.

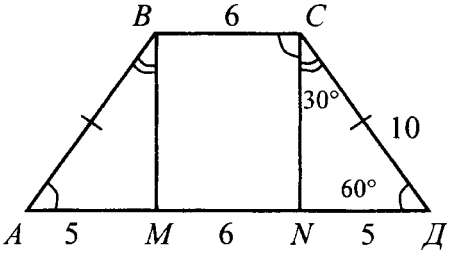
Проверить самостоятельную работу можно на этом же уроке с помощью закрытой доски (устно):

Вариант I.



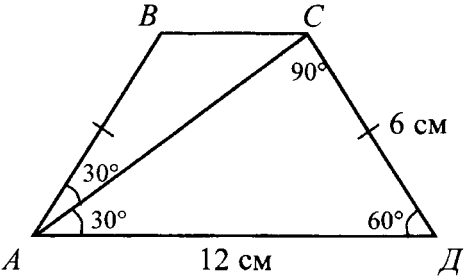
$СД = 2NД = 6$ см.

Вариант II.



$NД = \frac{1}{2} СД = 5$ см.

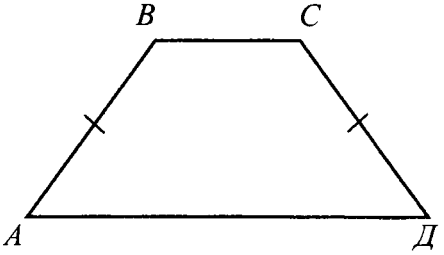
Вариант III.

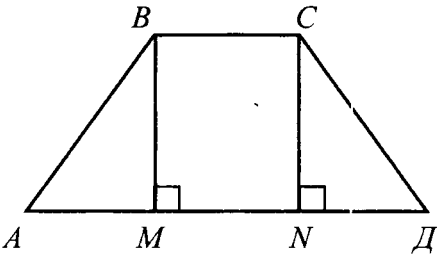


$СД = \frac{1}{2} АД = 6$ см.

$BC = 6$ см.

IV. Итоги урока.





Свойства равнобокой трапеции.

$ABCД$ – равнобокая трапеция	⇨	1) $\angle A = \angle Д$, $\angle B = \angle C$ 2) $AC = BД$ 3) $\Delta ABM = \Delta ДCN$

Признаки равнобокой трапеции. *АВСД* – трапеция.

$\angle A = \angle Д$ или $\angle B = \angle C$	⇨	*АВСД* – равнобокая трапеция
$AC = ВД$	⇨	*АВСД* – равнобокая трапеция

Домашнее задание: вопросы 10, 11, с. 114–115; № 392 (а, б), 438; повторить § 4 и № 222, п. 38, задача 1; принести циркуль.

Для желающих.

В равнобокой трапеции высота, опущенная из вершины на большее основание, делит его на два отрезка, один из которых равен полусумме оснований, а другой – полуразности оснований.

Урок 6

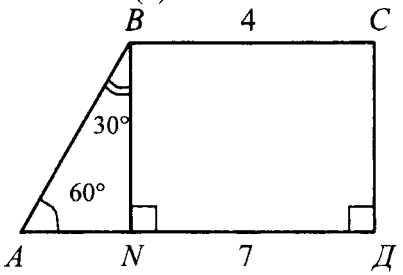
Цели: продолжить знакомить учащихся с задачами на построение. Научить делить отрезок на *n* равных частей.

Ход урока

I. Проверка домашнего задания.

Трое учащихся на доске готовят решение домашних задач.

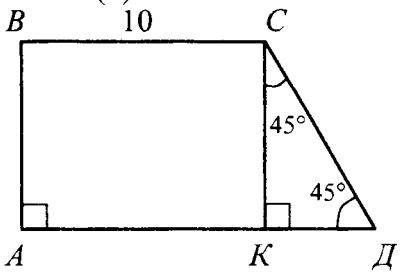
№ 392 (а).



$AN = 7 - 4 = 3$ (см)

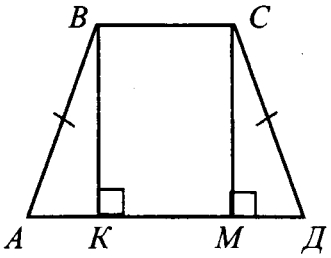
$AB = 2AN = 6$ (см)

392 (б).



$КД = АД - АК = 15 - 10 = 5$ (см)

$КД = КС = 5$ (см)



1) $АД = АК + МД + ВС$,
так как $АК = МД$
$АД - ВС = 2МД$

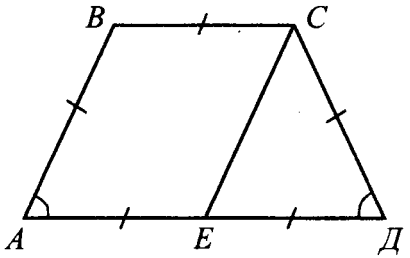
$МД = \frac{1}{2}(АД - ВС)$

2) $АД + ВС = АМ + МД + ВС$
$АД + ВС = АМ + КД$,
так как $АМ = КД$

$АД + ВС = 2АМ$

$АМ = \frac{1}{2}(АД + ВС)$.

В это время остальные решают устно задачу:



Меньшее основание равнобокой трапеции равно боковой стороне и в 2 раза меньше другого основания.

Найти углы трапеции.

Решение.

$АЕ = ЕД$, проведем $СЕ$.

1) $АВСЕ$ – параллелограмм, так как $ВС \parallel АЕ$ и $ВС = АЕ$.

Имеем $АВ = СЕ = ЕД = СД$.

2) $\Delta СЕД$ равносторонний $\Rightarrow \angle Д = 60°$.

3) $\angle А = 60°$, $\angle В = \angle С = 180° - 60° = 120°$.

II. Решение задач.

Напомнить основные этапы решения задач на построение:

1) Анализ задачи.

2) Выполнение построения по намеченному плану.

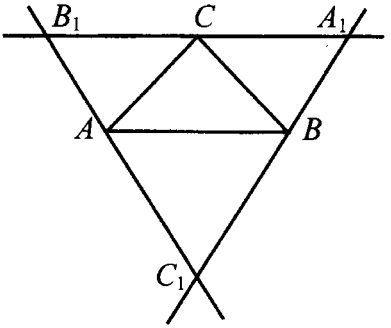
3) Доказательство того, что построенная фигура удовлетворяет условиям задачи.

4) Исследование задачи.

№ 393 (в) (решение в учебнике).

№ 394. Пусть A, B, C – данные точки.

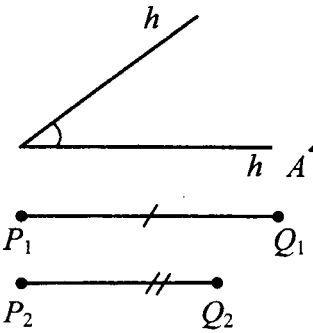
Соединим попарно эти точки и через каждую вершину треугольника ABC проведем прямую, параллельную противолежащей стороне. Четырехугольники B_1BAC, C_1ACB, B_1ABC – параллелограммы по определению.



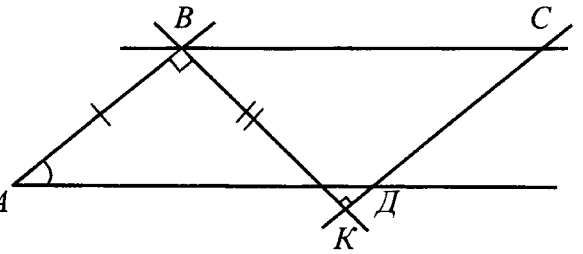
Задача имеет только эти три решения, так как не существует других прямых, проходящих через точки A, B, C и параллельных прямых BC, AC, AB соответственно.

№ 395.

Дано:



Построение.



Построить $ABСД$ – параллелограмм.

$\angle A = kh$, $AB = P_1Q_1$

P_2Q – расстояние между AB и $СД$.

Устно провести анализ, доказательство и исследование, в тетрадях – только построение:

1) построить $\angle A$, равный данному $\angle hk$;

2) отложить на его стороне отрезок $P_1Q = AB$ и отметить точку B;

3) через точку B провести прямую, перпендикулярную прямой AB и отложить отрезок $BK = P_2Q_2$;

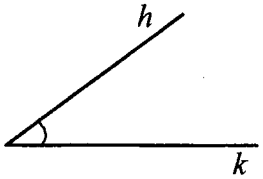
4) через точку B провести прямую, параллельную другой стороне угла;

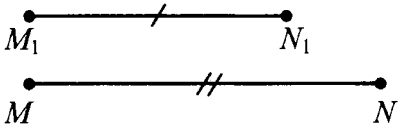
5) через точку K провести прямую, параллельную стороне AB;

6) $ABСД$ – параллелограмм по определению.

№ 397 (а).

Дано:



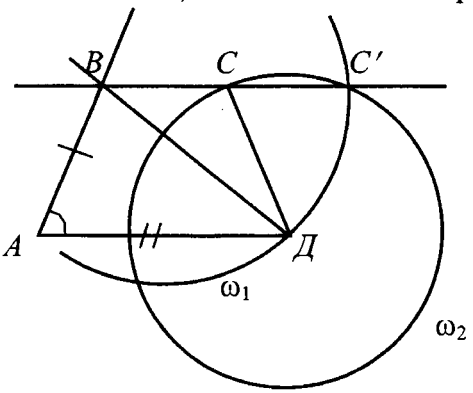


Построить трапецию *АВСД*: *АД* || *ВС*, *АВ* = *СД*, *АД* = *MN*, *АВ* = = M_1N_1, ∠*A* = *hk*.

Построение: 1) Строим Δ*АВД* так, чтобы *АД* = *MN*, *АВ* = M_1N_1, ∠*A* = *hk*.

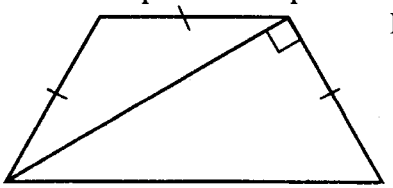
2) Через точку *В* проведем прямую, параллельную прямой *АД*. Для этого проведем две окружности: окружность ω_1 с центром *В* радиуса *ВД* и окружность ω_2 с центром *Д* радиуса *АВ*. Пусть *С'* – точка пересечения этих окружностей, лежащая по ту сторону от прямой *АД*, что и точка *В*. Тогда *ВС'* || *АД*.

3) Окружность ω_2 пересекает прямую *ВС* еще в одной точке – точке *С*. Соединив эту точку с точкой *Д*, получаем искомую трапецию *АВСД*. Если ∠*hk* = 90°, то задача не имеет решения.



III. Итоги урока.

Домашнее задание: № 393 (в), 396, 398, 397 (б); повторить свойства и признаки параллелограмма.



Найти углы трапеции.

ПРЯМОУГОЛЬНИК. РОМБ. КВАДРАТ (§ 3)

(4 часа)

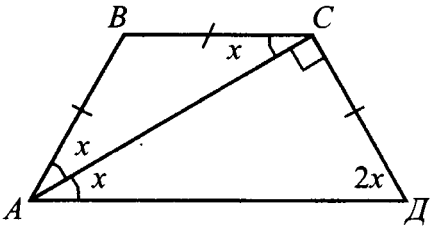
Урок 1

Цели: дать определение прямоугольника, изучить свойства прямоугольника.

Ход урока

I. Проверка домашнего задания.

1. Ответить на вопросы учащихся.



ΔABC – равнобедренный.

$\angle BAC = \angle BCA = x°$

$\angle BCA = \angle ДAC = x°$, как внутренние накрест лежащие при $BC \parallel AД$ и секущей AC, $\angle BAД = \angle CДA = 2x°$.

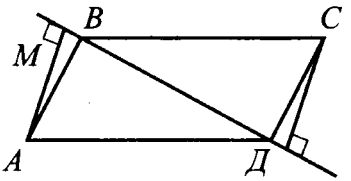
Из прямоугольного $\Delta ACД$ $\angle CAД + \angle CДA = 90°$, $x + 2x = 90°$, $x = 30°$.

В трапеции $\angle A = \angle Д = 60°$, $\angle B = \angle C = 120°$.

2. Выполнить задания (устно):

1) Найдите углы выпуклого четырехугольника, если их градусные меры пропорциональны числам 1, 2, 3, 4.

2) Докажите, что расстояния AM и CN от вершин A и C параллелограмма $ABCД$ до прямой $BД$ равны.



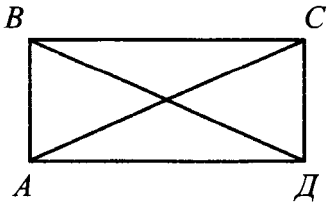
3) Найдите углы параллелограмма $ABCД$, если $\angle A = 3\angle B$.

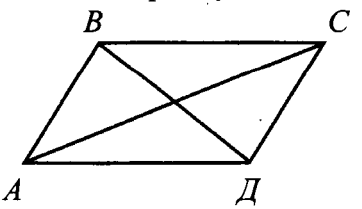
II. Изучение нового материала.

1. Определение прямоугольника.

2. Так как прямоугольник – параллелограмм, то какими свойствами он обладает?

3. Каким особенным свойством обладает прямоугольник?





4. Доказательство теоремы о равенстве диагоналей прямоугольника.

5. Будет ли верно обратное утверждение? Докажите.

6. В параллелограмме *АВСД* $\angle A = 90°$. Докажите, что *АВСД* – прямоугольник.

7. *АС* – диагональ прямоугольника *АВСД*, $\angle САД = 35°$. Чему равен $\angle АСД$?

8. Определите периметр прямоугольника, если две его стороны 5 см и 8 см.

9. *АВСД* – прямоугольник. Докажите, что $\Delta АОВ$ равнобедренный.

III. Решение задач.

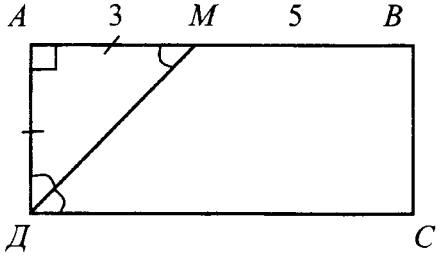
№ 400.

1. В прямоугольнике *АВСД* биссектриса угла *Д* пересекает сторону *АВ* в точке *М*.

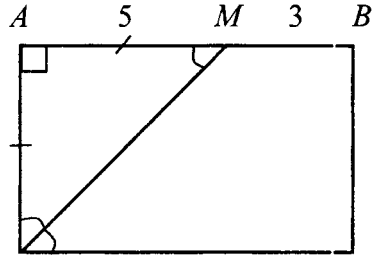
1) Докажите, что $\Delta АДМ$ – равнобедренный.

2) Найдите периметр прямоугольника, если сторона *АВ* оказалась разбита на отрезки длиной 3 см и 5 см. Сколько решений имеет задача?

Решение.



$АД = 3$, $P_{АВСД} = 22$



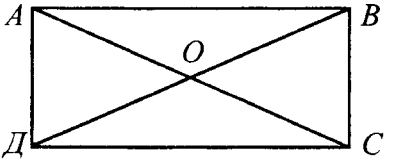
$АД = 5$, $P_{АВСД} = 26$

IV. Итоги урока.

Свойства прямоугольника

Любой прямоугольник является параллелограммом, значит, обладает всеми его свойствами:

АВСД – прямоугольник ⇨ $AB \parallel СД$, $BC \parallel АД$, $AB = СД$, $BC = АД$, $AO = OC$, $BO = ОД$



Кроме того, у прямоугольника имеются свои свойства:

$ABCД$ – прямоугольник	⇨	а) $\angle A = \angle B = \angle C = \angle Д = 90°$ (все углы прямые) б) $AC = ВД$ (диагонали равны)

Признаки прямоугольника

$ABCД$ – параллелограмм $\angle A = \angle B = \angle C = \angle Д = 90°$	⇨	$ABCД$ – прямоугольник
$ABCД$ – параллелограмм и $AC = ВД$	⇨	$ABCД$ – прямоугольник

Домашнее задание: вопросы 12, 13, с. 115; задачи № 403, 413 (а), 401 (а).

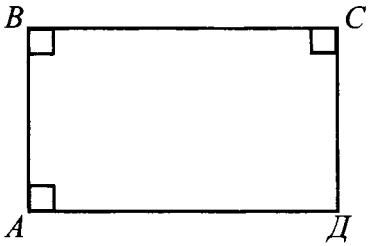
Доказать признак прямоугольника: четырехугольник, у которого есть три прямых угла, является прямоугольником.

Урок 2

Цели: ввести понятие ромба и квадрата; изучить их свойства.

Ход урока

I. Проверка домашнего задания.



1. $АД \perp AB$, $BC \perp AB$ (по условию), тогда $АД \parallel BC$ (как два перпендикуляра к одной прямой).

2. $AB \perp BC$, $СД \perp BC$ (по условию), тогда $AB \parallel СД$ (как два перпендикуляра к одной прямой).

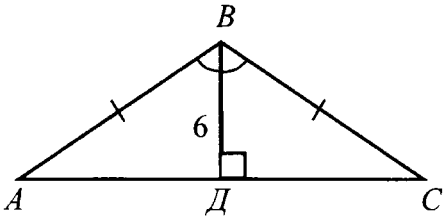
3. Так как $АД \parallel BC$ и $AB \parallel СД$, тогда $ABCД$ – параллелограмм (по определению).

4. $\angle Д = \angle B$ (как противолежащие углы параллелограмма).

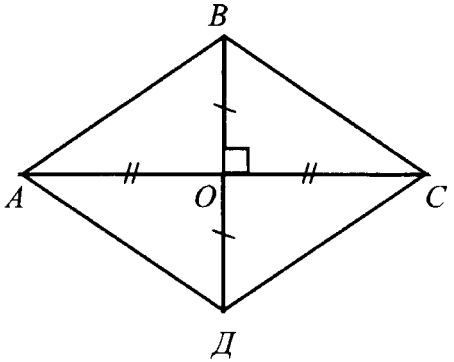
5. В параллелограмме $ABCД$: $\angle A = \angle B = \angle C = \angle Д = 90°$, значит, $ABCД$ – прямоугольник (по определению).

Выполнить задания (устно):

1) Найдите боковую сторону равнобедренного треугольника, высота которого равна 6 см, а угол при вершине равен 120°.



$\angle A = 30°$, $AB = 2ВД = 12$ (см).



2) Диагонали параллелограмма взаимно перпендикулярны.

Докажите, что все его стороны равны.

$\Delta BOC = \Delta ДОС = \Delta BOA = \Delta ДОА$ по двум катетам.

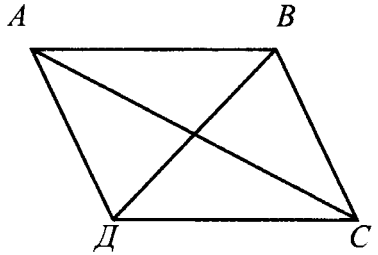
Имеем $AB = BC = ДС = АД$.

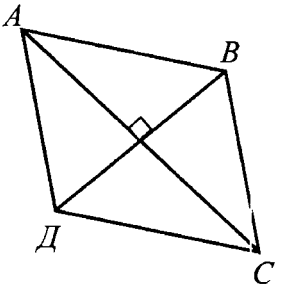
II. Изучение нового материала.

1. Определение ромба.

2. Так как ромб – параллелограмм, то какими свойствами он обладает?

3. Какими особыми свойствами обладает ромб?





4. Доказательство свойств ромба:

а) диагонали ромба взаимно перпендикулярны;

б) диагонали являются биссектрисами углов.

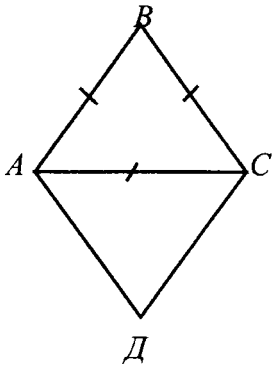
5. Будут ли верны обратные утверждения? Докажите.

6. Определение квадрата как прямоугольника, у которого все стороны равны.

7. Определение квадрата как ромба, у которого все углы прямые.

8. Так как квадрат является ромбом и прямоугольником, то он обладает их свойствами. Перечислите их.

III. Решение задач. № 405 (а).



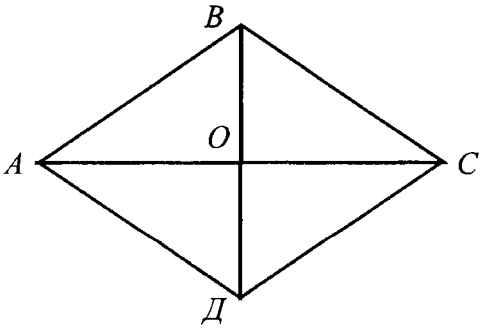
а) $AB = BC = AC$, ΔABC – равносторонний, $\angle A = \angle B = \angle C = 60°$ в ромбе $\angle ABC = 60°$, $\angle BAД = 120°$.

№ 410 (а, б) признаки квадрата.

IV. Итоги урока.

Свойства ромба

$ABCД$ – ромб	⇨	$AB \parallel CД$, $BC \parallel AД$, $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle Д$, $AO = OC$, $BO = OД$	свойства параллелограмма
$ABCД$ – ромб	⇨	$AB = BC = CД = AД$	все стороны равны
		$AC \perp BД$	диагонали перпендикулярны
		AC – биссектриса $\angle A$ $BД$ – биссектриса $\angle B$	каждая диагональ–биссектриса углов ромба.

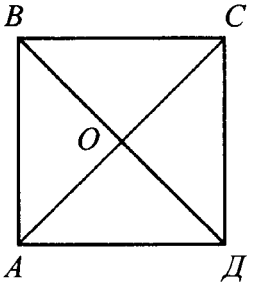


Признаки ромба

$AB = BC = CД = AД$	⇨	$ABCД$ – ромб
$ABCД$ – параллелограмм $AC \perp BД$	⇨	$ABCД$ – ромб
$ABCД$ – параллелограмм и AC – биссектриса $\angle A$	⇨	$ABCД$ – ромб

Свойства квадрата

$ABCД$
квадрат



$AB \parallel CД$, $BC \parallel AД$	все стороны равны
$AB = BC = CД = AД$	все углы прямые
$\angle A = \angle B = \angle C = \angle Д = 90°$	отрезки диагоналей равны
$AO = BO = CO = ДO$	диагонали перпендикулярны
$AC \perp BД$	каждая диагональ является
AC, $BД$, CA, $ДB$ – биссектриса угла	биссектрисой угла.

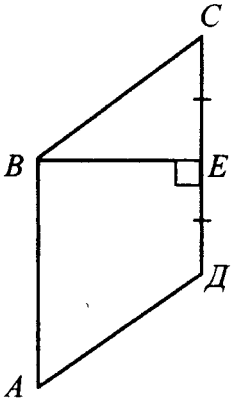
Признаки квадрата

Для того чтобы доказать, что данный четырехугольник является квадратом, можно:

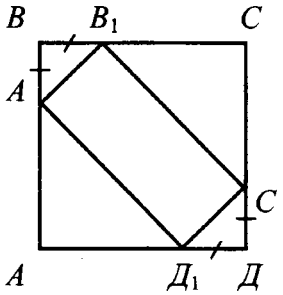
доказать, что четырехугольник является прямоугольником с равными сторонами;

доказать, что четырехугольник является ромбом с прямыми углами.

Домашнее задание: вопросы 14–15, с. 115; № 405 (б), 409.



АВСД – ромб.
Найти: $\angle ВАД$.



Дано: *АВСД* – квадрат.
Доказать: $А_1В_1С_1Д_1$ – прямоугольник.

Урок 3

Цель: закрепить изученный материал о прямоугольнике, ромбе, квадрате в процессе решения задач.

Ход урока

I. Проверка домашнего задания.

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ДИКТАНТ

1. I. Является ли прямоугольником параллелограмм, у которого есть прямой угол?

II. Обязательно ли является прямоугольником четырехугольник, у которого есть прямой угол?

2. I. Верно ли, что каждый прямоугольник является параллелограммом?

II. Верно ли, что каждый параллелограмм является прямоугольником?

3. I. Диагонали прямоугольника *АЕКМ* пересекаются в точке *О*. Отрезок $AO = 3$. Найдите длину диагонали *ЕМ*.

II. Диагонали параллелограмма равны 3 и 5 дм. Является ли этот параллелограмм прямоугольником?

4. I. Диагонали четырехугольника равны. Обязательно ли этот четырехугольник прямоугольник?

II. Сумма длин диагоналей прямоугольника 13 см. Найдите длину каждой диагонали.

5. I. Периметр ромба равен 12 см. Найдите длины его сторон.

II. Верно ли, что каждый ромб является параллелограммом?

6. I. Верно ли, что каждый параллелограмм является ромбом?

II. Периметр ромба равен 30 см. Найдите его стороны.

7. I. Диагонали ромба делят его на четыре треугольника. Найдите углы каждого треугольника, если один из углов ромба 30°.

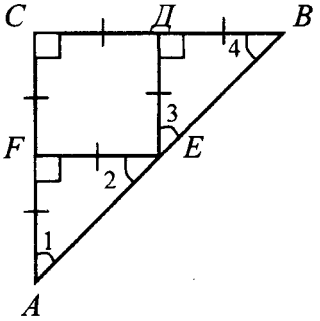
II. Ромб *АВСД* имеет прямой угол. Является ли этот ромб квадратом?

8. I. Две соседние стороны параллелограмма равны и образуют прямой угол. Как называется такой параллелограмм?

II. Диагонали квадрата делят его на четыре треугольника. Найдите углы каждого треугольника.

II. Решение задач. № 404, 407 (устно).

№ 412.



1. ΔABC – прямоугольный и равнобедренный $\Rightarrow \angle 1 = \angle 4 = 45°$.

2. ΔAFE – прямоугольный.

$\angle 1 = 45° \Rightarrow \angle 3 = 45° \Rightarrow ДВ = ДЕ$.

3. $\Delta ДВЕ$ – прямоугольный.

$\angle 4 = 45° \Rightarrow \angle 2 = 45° \Rightarrow AF = FE$.

4. *СДЕF* – квадрат $\Rightarrow$

$СД = ДЕ = EF = CF$.

5. $AC = 12$ см. $AF = CF = 6$ см.

№ 414 (а) наметить план решения.

III. Самостоятельная работа обучающего характера с проверкой в классе.

Вариант I.

1. Найдите углы ромба, если его диагонали составляют с его стороной углы, один из которых на 30° меньше другого.

2. № 413 (б).

Вариант II.

1. Угол между диагоналями прямоугольника равен 80°. Найдите углы между диагональю прямоугольника и его сторонами.

2. № 414 (б).

Вариант III (для более подготовленных учащихся).

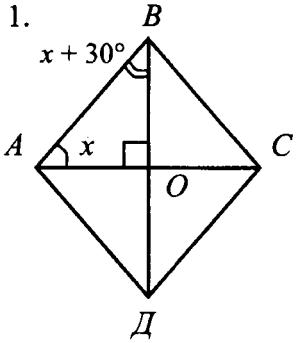
1. В ромбе *АВСД* биссектриса угла *ВАС* пересекает сторону *ВС* и диагональ *ВД* соответственно в точках *М* и *N*. Найдите $\angle ANB$, если $\angle AMC = 120°$.

2. Постройте прямоугольник *АВСД* по стороне *АВ* и углу *АОВ*, где *О* – точка пересечения диагоналей.

Решение на закрытой доске:

Вариант I.

1.



$\angle ABO$ на 30° больше $\angle BAO$.

ΔABO – прямоугольный

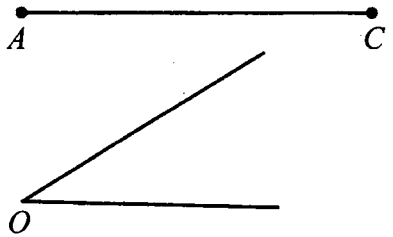
$\angle BAO = x°$, $\angle ABO = x + 30°$

$\angle BAO + \angle ABO = 90°$

$x + x + 30 = 90°$

$x = 30°$.

2. Дано:



Построить прямоугольник *АВСД*.

Решение.

1) Разделить *АС* пополам, отметить середину – точку *О*.

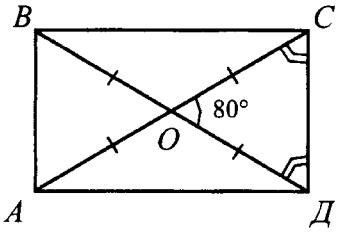
2) От луча *ОС* отложить угол, равный углу *О*.

3) На его другой стороне отложить отрезок *ОД* = *АО*.

4) На дополнительном луче к лучу *ОД* отложить отрезок *ОВ* = *ОД*.

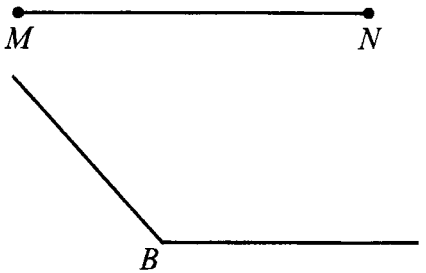
5) *АВСД* – прямоугольник (его диагонали равны и точкой пересечения делятся пополам).

Вариант II.



1. $OC = OB \Rightarrow \Delta ДОС$ – равнобедренный $\angle ОСД = \angle СДО = 50°$.

2. Дано:



Построить: ромб *АВСД*.

Решение.

1) Отложим угол, равный углу *В*.

2) На сторонах угла отложим отрезки, равные *MN*, получим точки *А* и *С*.

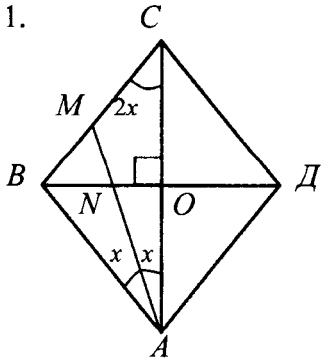
3) Через точки *А* и *С* проведем прямые, параллельные прямым *АВ* и *ВС*, получим точку *Д*.

4) *АВСД* – ромб.

(Если у параллелограмма смежные стороны равны, то он является ромбом.)

Вариант III.

1.



1. $\angle BCO = \angle BAO$.

Пусть $\angle BAN = \angle CAM = x°$

$\angle BCA = 2x°$

ΔAMC: $2x + x + 120° = 180°$

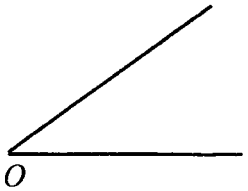
$x = 20°$.

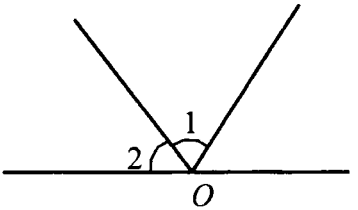
ΔBOA: $\angle ABO = 90° - 40° = 50°$

ΔBNA: $\angle BNA = 180° - 50° - 20°$;

$\angle BNA = 110°$;

2. Дано:





Построить: *АВСД* – прямоугольник.

Решение.

1) Построим угол, смежный с углом *О* и его биссектрису, получаем углы 1 и 2.

2) Откладываем *АВ* и строим в одну полуплоскость от лучей *АВ* и *ВА* углы, равные ∠1 и ∠2.

3) Получили Δ*АВО*.

4) На дополнительных лучах лучам *ОВ* и *ОА* откладываем отрезки *ОС* = *АО* и *ОД* =*ОВ*.

5) *АВСД* – прямоугольник. (Диагонали его точкой пересечения делятся пополам и равны.)

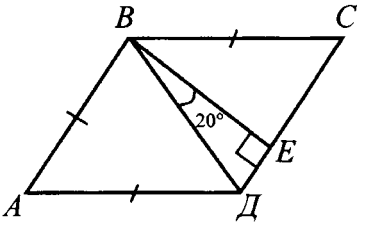
IV. Итоги урока.

Домашнее задание: вопросы 14–15, с. 115; № 406, 411, 413 (а), 415 (б).

По желанию.

АВСД – ромб. ∠*ДВЕ* = 20°

Найти: ∠*ВАД*.



Решение.

1) ∠*ВДЕ* = 70° из прямоугольного Δ*ВЕД*.

2) Δ*ВАД* – равнобедренный.

∠*АВД* = ∠*АДВ*.

3) ∠*ВДЕ* = ∠*АВД* = 70° как внутренние накрест лежащие при *АВ* || *СД* и секущей *ВД*.

4) ∠*АВД* = ∠*АДВ* = 70°

5) ∠*ВАД* = 180° – 70° – 70° = 40°

Готовиться к проверочной работе по теме § 1–3 главы V.

Урок 4

Цели: дать определение симметричных точек и фигур относительно точки и прямой, научить строить симметричные точки;

рассмотреть осевую и центральную симметрии как свойства некоторых геометрических фигур.

Ход урока

I. Проверка домашнего задания.

Ответить на вопросы учащихся по домашнему заданию.

II. Изучение нового материала.

Объяснение нового материала по теме «Осевая и центральная симметрии» целесообразно построить в виде лекции, сопровождающейся показом большого иллюстративного материала: чертежей, рисунков, орнаментов и т. п.

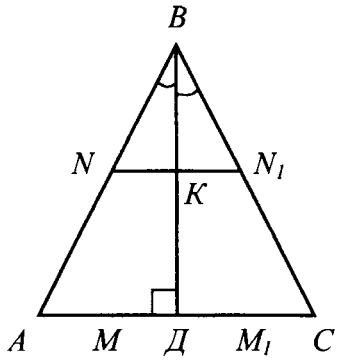
III. Решение задач.

№ 416, 417, 418 (устно).

№ 420.

Решение.

Пусть ABC – данный равнобедренный треугольник с основанием AC и $BД$ – его биссектриса.



1. По теореме о биссектрисе равнобедренного треугольника $BД \perp AC$ и $AД = ДC$. Следовательно, точки A и C симметричны относительно прямой $BД$.

2. Возьмем произвольную точку M на основании AC. Пусть, например, точка M лежит между точками A и $Д$. Отметим точку M_1 между точками $Д$ и C так, что $ДM_1 = ДM$.

Точка M_1 симметрична точке M относительно прямой $BД$. Имеем для каждой точки на основании AC симметричная ей относительно $BД$ точка также лежит на основании AC.

3. Возьмем теперь произвольную точку N на одной из боковых сторон ΔABC, например на стороне AB. Отложим от вершины B на луче BC отрезок BN_1, равный BN. Так как $BN < AB$, то $BN_1 < N_1$ лежит на стороне BC. Треугольник BNN_1 равнобедренный, BK – его биссектриса, следовательно, $NN_1 \perp BK$, $NK = N_1K$, а поэтому точки и N и N_1 симметричны относительно прямой $BД$.

Мы доказали, что для каждой точки ΔABC точка, симметричная ей относительно прямой $BД$, также принадлежит этому треуголь-

нику. Это означает, что прямая *ВД* – ось симметрии треугольника *АВС*.

№ 422 (устно).

IV. Итоги урока.

Домашнее задание: вопросы 16–20, с. 115; № 421, 419, 423; предложить учащимся приготовить свои примеры осевой и центральной симметрии.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ (1 час)

Цели: закрепить в процессе решения задач полученные знания и навыки, подготовить учащихся к контрольной работе.

Ход урока

I. Проверка домашнего задания.

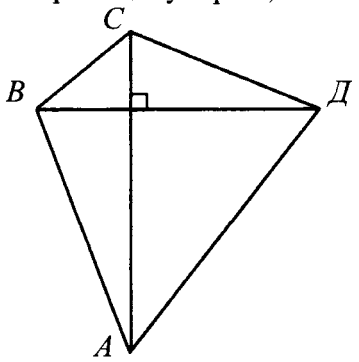
Учащимся гораздо труднее дается применение признаков фигур, чем использование их свойств. Поэтому необходимо не только повторить рассматривавшиеся в определениях, теоремах и задачах признаки параллелограмма, прямоугольника, ромба и квадрата, но и обратить внимание учащихся на различие в применении свойств и признаков.

Устно:

1. Определите вид четырехугольника *АВСД*, если *АС* и *ВД* – диаметры одной окружности.

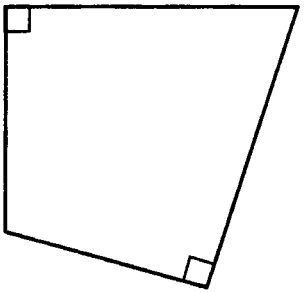
Ответ: *АВСД* – параллелограмм, так как его диагонали пересекаются и делятся точкой пересечения пополам. Из равенства диагоналей делаем вывод о том, что он является прямоугольником.

2. Верно ли, что четырехугольник, у которого диагонали взаимно перпендикулярны, является ромбом.



Ответ: нет. Посмотрите на чертеж. Какое еще условие должно выполняться?

3. Дан четырехугольник, у которого два противоположных угла прямые. Можно ли утверждать, что такой четырехугольник всегда будет прямоугольником?



Ответ: Нет. Смотрите на рисунок. Какое еще условие должно выполняться?

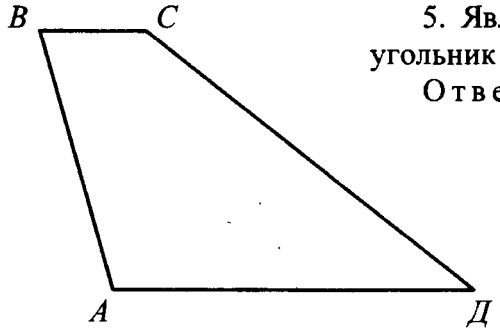
Вывод:

– Если по условию задачи дано, что четырехугольник является параллелограммом (или прямоугольником, или ромбом, или квадратом), то можно использовать в решении любое его свойство;

– Признаки используются, когда нужно доказать, что данный четырехугольник является параллелограммом (прямоугольником, квадратом или ромбом). При этом нужно привести определенный набор фактов, достаточный для того, чтобы сделать вывод о виде четырехугольника.

4. Всякий ли четырехугольник, у которого есть две параллельные стороны, является трапецией?

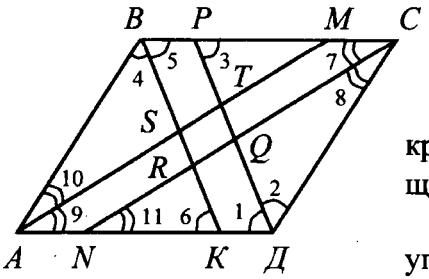
Ответ: Нет. Параллелограмм, у которого есть две параллельные стороны, не является трапецией.



5. Является ли данный четырехугольник трапецией?

Ответ: Да, $BC \parallel АД$, $AB \nparallel СД$.

II. Решение задач. № 428, 434, 438.



№ 428.

Решение.

1) $РД$ – биссектриса $\Rightarrow \angle 1 = \angle 2$.

2) $\angle 1 = \angle 3$, как внутренние накрест лежащие при $BC \parallel АД$ и секущей $РД$. Имеем $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$.

3) Аналогично для биссектрисы угла B имеем $\angle 4 = \angle 5 = \angle 6$.

4) Но $\angle ABC = \angle АДС$, поэтому $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \angle 4 = \angle 5 = \angle 6$.

$\angle 5$ и $\angle 3$ соответственные при прямых $РД$ и $ВК$ и секущей $ВС \Rightarrow ВД \parallel ВК$.

5) Аналогично доказывается, что $AM \parallel NC$.

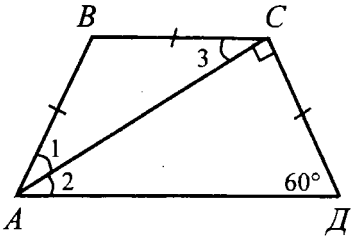
6) $STQR$ – параллелограмм по определению.

7) $\Delta РСД$ – равнобедренный, так как $\angle 3 = \angle 2$, CQ – биссектриса и высота.

8) В параллелограмме $STQK$ один угол прямой $\Rightarrow$ он является прямоугольником.

№ 438.

Решение.



1) $\angle 2 = \angle 3$ как накрест лежащие при $ВС \parallel АД$ и секущей $АС$.

2) $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = 30°$,

$\angle 1 + \angle 2 = 60° \Rightarrow АВСД$ – равнобокая трапеция.

3) ΔABC – равнобедренный треугольник, так как $\angle 1 = \angle 3$.

4) $СД$ против угла 30°, поэтому $АД = 2СД$.

5) По условию $АВ + ВС + СД + АД = 20$

$3СД + 2СД = 20$

$СД = 4$

$АД = 2СД = 8$ (см).

III. Самостоятельная работа.

Вариант I.

1. Через точку пересечения диагоналей параллелограмма $АВСД$ проведена прямая, пересекающая стороны $АД$ и $ВС$ соответственно в точках E и F. Найдите стороны параллелограмма, если его периметр равен 28 см. $AE = 5$ см, $BF = 3$ см.

Ответ: 6 и 8 см.

2. Найдите меньшую боковую сторону прямоугольной трапеции, основания которой равны 10 см и 6 см, а один из углов равен 45°.

Ответ: 4 см.

3. Разделите данный отрезок на 5 равных частей.

Вариант II.

1. Биссектрисы углов A и $Д$ параллелограмма $АВСД$ пересекаются в точке M, лежащей на стороне $ВС$. Найдите стороны параллелограмма, если его периметр равен 36 см.

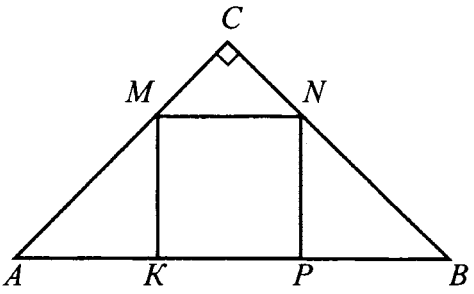
Ответ: 6 и 12 см.

2. Найдите боковую сторону равнобедренной трапеции, основания которой равны 12 см и 6 см, а один из углов равен 120°.

Ответ: 6 см.

3. Разделите данный отрезок на 6 равных частей.

Вариант III.



1. В равнобедренный прямоугольный треугольник *ABC* с гипотенузой *AB* вписан прямоугольник *KMNP*, как показано на рисунке. Периметр этого прямоугольника равен 30 см, а смежные стороны *KM* и *KP* пропорциональны числам 2 и 3, т. е. *KM* : *KP* = 2 : 3. Найдите гипотенузу треугольника.

Ответ: 21 см.

2. Один из углов равнобедренной трапеции равен 60°, а диагональ трапеции делит этот угол пополам. Найдите периметр трапеции, если ее большее основание равно 14 см.

Ответ: 35 см.

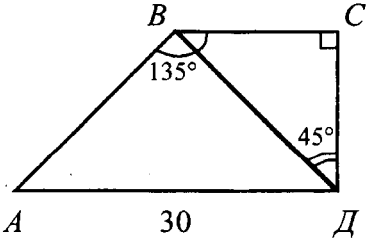
3. Данный отрезок разделить на 7 равных частей.

Домашнее задание: вопросы 1–20, с. 114–115; готовиться к контрольной работе.

1. В ромбе *ABCД* ∠*Д* = 140°. Определите углы треугольника *AOД* (*O* – точка пересечения диагоналей).

2. На диагонали *MP* прямоугольника *MNPQ* отложены равные отрезки *MA* и *PB*. Докажите, что *ANBQ* – параллелограмм.

3. Найти *BC*.



КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1
(1 час)

Цель: проверить знания, умения и навыки учащихся по усвоению и применению изученного материала.

Ход урока

I. Организация учащихся на выполнение работы.

II. Выполнение работы по вариантам.

Вариант I.

1. Диагонали прямоугольника *АВСД* пересекаются в точке *О*. Найдите угол между диагоналями, если $\angle ABO = 30°$.

2. В параллелограмме *KMNP* проведена биссектриса угла *MKP*, которая пересекает сторону *MN* в точке *E*.

а) Докажите, что треугольник *KME* равнобедренный.

б) Найдите сторону *KP*, если *ME* = 10 см, а периметр параллелограмма равен 52 см.

Вариант II.

1. Диагонали ромба *KMNP* пересекаются в точке *O*. Найдите углы треугольника *KOM*, если угол *MNP* равен 80°.

2. На стороне *BC* параллелограмма *ABCД* взята точка *M* так, что *AB* = *BM*.

а) Докажите, что *AM* – биссектриса угла *BAД*.

б) Найдите периметр параллелограмма, если *СД* = 8 см, *CM* = 4 см.

Вариант III.

1. Через вершину *C* прямоугольника *ABCД* проведена прямая, параллельная диагонали *ВД* и пересекающая прямую *AB* в точке *M*. Через точку *M* проведена прямая, параллельная диагонали *AC* и пересекающая прямую *BC* в точке *N*. Найдите периметр четырехугольника *ACMN*, если диагональ *ВД* равна 8 см.

2. Биссектрисы углов *A* и *Д* параллелограмма *ABCД* пересекаются в точке *M*, лежащей на стороне *BC*. Луч *ДM* пересекает прямую *AB* в точке *N*. Найдите периметр параллелограмма *ABCД*, если *AN* = 10 см.

III. Итоги урока.

Домашнее задание: повторить материал гл. I, § 4, с. 13–16.

Глава VI. ПЛОЩАДЬ
(14 часов)

Основная цель – сформировать у учащихся понятие площади многоугольника, развить умение вычислять площади фигур, применяя изученные свойства и формулы, применять теорему Пифагора.

Вычисление площадей многоугольников является составной частью решения задач на многогранники в курсе стереометрии. Поэтому основное внимание уделяется формированию практических навыков вычисления площадей многоугольников в ходе решения задач.

В этой же теме учащихся знакомят с теоремой об отношении площадей треугольников, имеющих по равному углу. Эта теорема играет важную роль при изучении подобия треугольников. Однако воспроизведения ее доказательства требовать от всех учащихся не обязательно.

Доказательство теоремы Пифагора ведется с опорой на знания учащимися свойств площадей. В ознакомительном порядке рассматривается и теорема, обратная теореме Пифагора. Основное внимание здесь должно уделяться решению задач.

ПЛОЩАДЬ МНОГОУГОЛЬНИКА (§ 1)
(2 часа)

Урок 1

Цели: дать представление об измерении площадей многоугольников, рассмотреть основные свойства площадей и вывести формулу для вычисления площади квадрата.

Ход урока

I. Анализ ошибок, допущенных в контрольной работе.

II. Выполнить задания (устно).

1. Через точку во внутренней области равностороннего треугольника проведены две прямые, параллельные двум сторонам треугольника. На какие фигуры разбивается этими прямыми данный треугольник?

2. *АВСД* – параллелограмм, *АД* = 2*АВ*, *АМ* – биссектриса угла *ВАД*. Докажите, что часть отрезка *АМ*, лежащая во внутренней области параллелограмма *АВСД*, равна части, лежащей во внешней области.

3. Точка *Д* между точками *А* и *С* на прямой *АС*. Найти длину *АС*, если *АД* = 5 см, *ДС* = 5,6 см.

Вспомнить способы измерения отрезков.

III. Изучение нового материала.

Ввести понятие площади многоугольника и основные свойства площадей можно в форме короткой лекции с использованием иллюстративного материала. При этом полезно отметить, что вывод формул для вычисления площадей различных многоугольников будет основан на двух свойствах площадей, аналогичных свойствам длин отрезков:

1. Равные многоугольники имеют равные площади.

2. Если многоугольник составлен из нескольких многоугольников, то его площадь равна сумме площадей этих многоугольников.

Эти свойства принимаются на основе наглядных представлений об измерении площадей.

3. Площадь квадрата равна квадрату его стороны.

Материал этого пункта не является обязательным. Следует на конкретных примерах разъяснить свойство 3, а более подготовленным учащимся можно предложить изучить доказательство самостоятельно по учебнику.

Полезно привести ряд примеров, связанных с практической необходимостью измерения площадей. Так, площадь зеркала водохранилища нужно знать его проектировщикам, в частности, чтобы определить, как станет испаряться из заполненного водохранилища вода. Площадь поверхности стен в помещении нужно знать, например, для того, чтобы рассчитать необходимое для их покрытия количество краски, обоев или кафеля. Площадь поверхности дороги нужно знать, например, при расчете необходимого для ее покрытия количества асфальта.

IV. Закрепление изученного материала.

1. № 445, 449 (а, в), 450 (а, б), 451 (устно).

2. $P_{АВСД} = 40$. Найти $S_{АВСД}$.

3. $S_{АВСД} = 64$. Найти $P_{АВСД}$.

4. $BE = EC$. Найти $S_{АВСД} : S_{АВЕ}$.

5. $BE = EC$. Найти $S_{АВЕ} : S_{АВСД}$.

V. Итоги урока.

Домашнее задание: вопросы 1, 2, с. 133; № 447, 449 (б), 450 (в), 451; привести свои примеры необходимости вычисления площадей многоугольников.

Урок 2

Цели: вывести формулу площади прямоугольника, научить находить площадь прямоугольника.

Ход урока

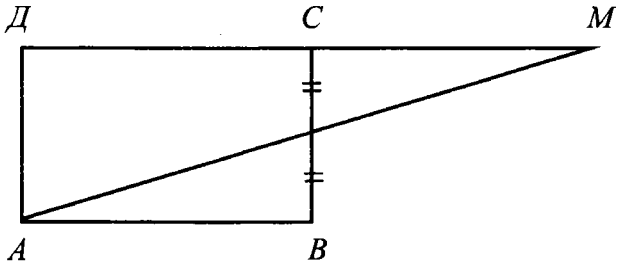
I. Проверка домашнего задания.

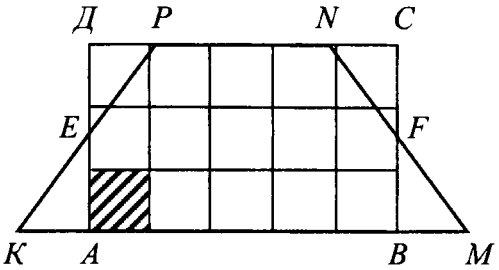
1. Ответить на вопросы учащихся.

2. Выполнить задания (устно):

1) Площадь параллелограмма *АВСД* равна *S*. Найдите площади треугольников *АВС* и *АВД*.

2) Площадь прямоугольника *АВСД* равна *Q*. Найдите площадь треугольника *АМД*.



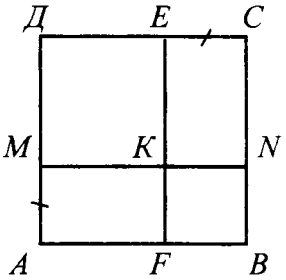


3) *АВСД* – прямоугольник, точки *Е* и *F* – середины его сторон *АД* и *ВС*. Заштрихованный квадрат представляет собой единицу измерения площадей. Найдите площадь трапеции *KMNP*.

II. Изучение нового материала.

Выполнить задание:

1. Докажите, что два прямоугольника равны, если равны их смежные стороны.

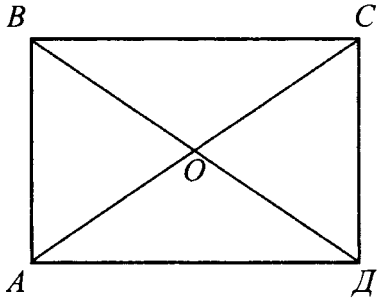


2. *АВСД* – квадрат, $MN \parallel AB$, $EF \parallel BC$. Найдите площадь четырехугольника *AFKM*, если $AM = CE = 3$ см. *ДЕ* = 6 см.

3. Доказать теорему о площади прямоугольника. (Заготовить чертеж заранее из учебного пособия, рис. 181.)

III. Закрепление изученного материала.

№ 452 (а, в), 453 (а, б).



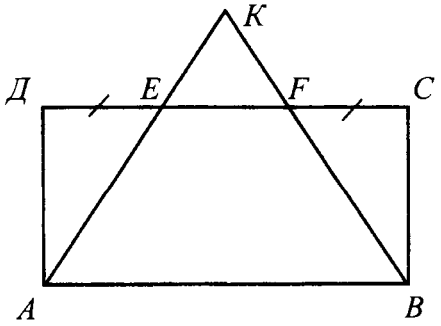
1) $P_{АВСД} = 40$, $АД = 3СД$.
Найти: $S_{АВСД}$.
2) $АД = 20$, $S_{ДОС} = 60$.
Найти: *СД*.
Решение.
Проведем через точку *O* прямые, параллельные сторонам прямоугольника, и получим 8 равных прямоугольных треугольников, с площадью $\frac{1}{2}S_{ДОС}$.

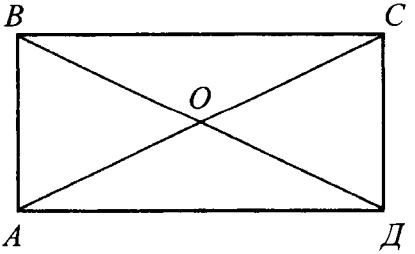
$$S_{АВСД} = 8 \cdot 30 = 240; \quad ДС = \frac{S_{АВСД}}{АД} = \frac{240}{20} = 12.$$

IV. Итоги урока.

Домашнее задание: вопрос 3, с. 133; № 452 (б, г), 453 (в), 448.

1. Периметр прямоугольника равен 44 см, а *ДС* : *АД* = 7 : 4. Найдите площадь треугольника *АВК*, если $ДЕ = FC = \frac{1}{2}EF$.





2. $S_{АСД} = 28$, $АВ = АД + 1$. Найти $P_{АВСД}$.

3. Вырезать из бумаги два равных прямоугольных треугольника и составить из них:

1) равнобедренный треугольник;

2) прямоугольник;

3) параллелограмм, не являющийся прямоугольником.

ПЛОЩАДИ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА, ТРЕУГОЛЬНИКА И ТРАПЕЦИИ (§ 2)

(6 часов)

Урок 1

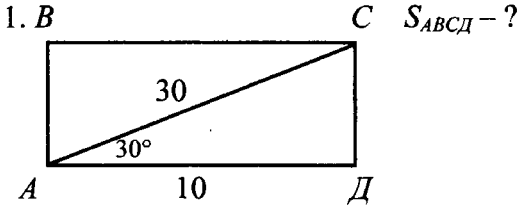
Цели: вывести формулу для вычисления площади параллелограмма; научить применять формулы при решении задач.

Ход урока

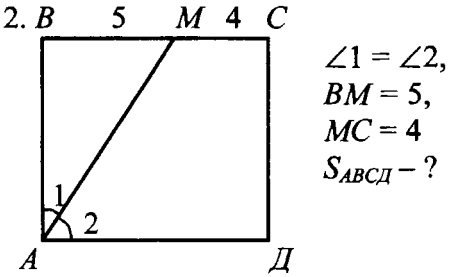
I. Проверка домашнего задания.

Выполнить задания (устно):

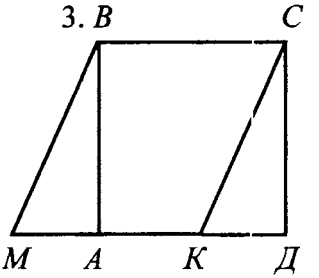
1.



2.



3.



Площадь прямоугольника $АВСД = 20$ см^2. Найти площадь параллелограмма $МВСК$.

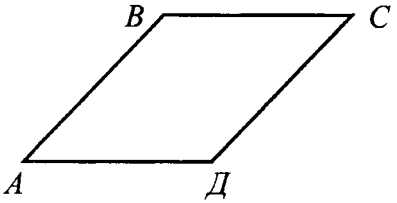
II. Изучение нового материала.

1. Ввести понятие «высота параллелограмма к данной стороне».

2. При выведении формулы площади параллелограмма целесообразно написать на доске формулу $S = a \cdot h_a$ и продемонстрировать соответствующий рисунок, а затем провести силами учащихся доказательство формулы.

III. Закрепление изученного материала.

№ 459 (а) (устно), 459 (б, в), 464 (в).



$AB : BC = 3 : 7$, $P_{ABCД} = 120$, $\angle A = 45°$.

Найти: $S_{ABCД}$.

IV. Самостоятельная работа (обучающего характера).

Вариант I.

Стороны параллелограмма 10 см и 6 см, а угол между этими сторонами 150°. Найдите площадь этого параллелограмма.

Вариант II.

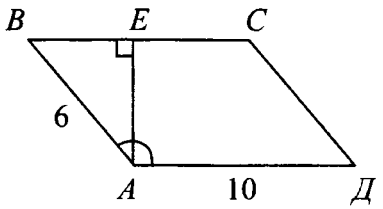
Острый угол параллелограмма равен 30°, а высоты, проведенные из вершины тупого угла, равны 4 см и 3 см. Найти площадь параллелограмма.

Вариант III.

Найдите площадь ромба, диагонали которого равны 8 см и 6 см.

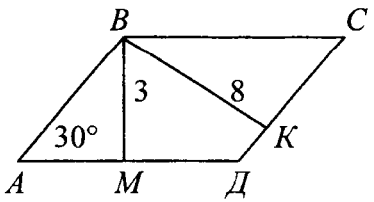
Проверить решение с помощью закрытой доски:

Вариант I.



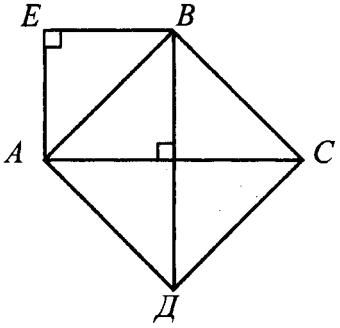
1. $\angle B = 180° - 150° = 30°$.
2. Катет AE лежит против угла 30°, поэтому $AE = \frac{1}{2}AB = 3$ см.
3. $S_{ABCД} = BC \cdot AE = 10 \cdot 3 = 30$ см^2.

Вариант II.



1. Катет ВМ лежит против угла в 30°, поэтому $AB = 2BM = 6$ см.
2. $S_{ABCД} = BK \cdot ДC = 8 \cdot 6 = 48$ см^2.

Вариант III.



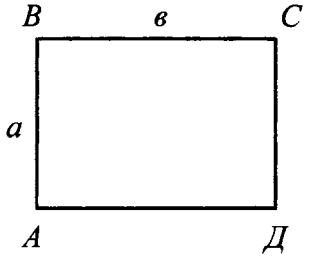
Использовать задание 3 из домашней работы. $BO = OД = 4$ см, $AO = OC = 3$ см.

$S_{AEBO} = 3 \cdot 4 = 12$.

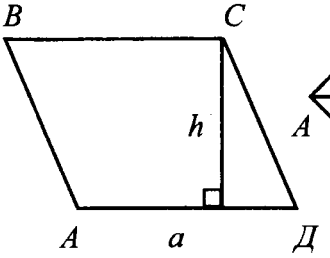
$S_{ABCД} = 12 \cdot 2 = 24$.

Подвести учащихся к выводу, что площадь ромба равна половине произведения его диагоналей.

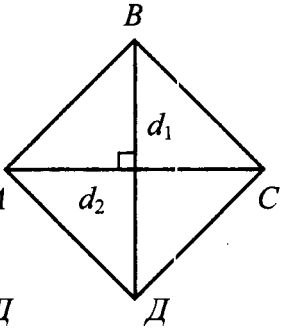
V. Итоги урока.



$S = a \cdot в$

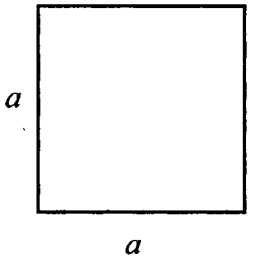


$S = a \cdot h_a$



$S = \frac{1}{2} d_1 \cdot d_2$

$S = a \cdot h$



$S = a^2$

Домашнее задание: § 2, вопрос 4, с. 133; № 459 (г), 460, 464 (б).

Для желающих.

Найдите углы параллелограмма, если его площадь равна 20 см^2, а высота, проведенная из вершины тупого угла, делит одну из сторон на отрезки 2 см и 8 см, считая от вершины острого угла.

Ответ: 45°; 135°.

2. Сравните площади параллелограмма и прямоугольника, если они имеют одинаковые основания и одинаковые периметры.

Ответ: Площадь прямоугольника больше площади параллелограмма.

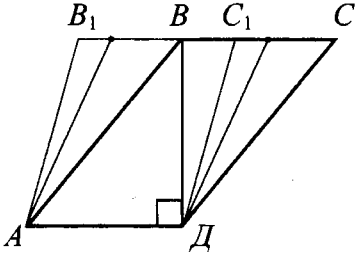
Урок 2

Цели: вывести формулу для вычисления площади треугольника; познакомить учащихся с методами решения задач по этой теме.

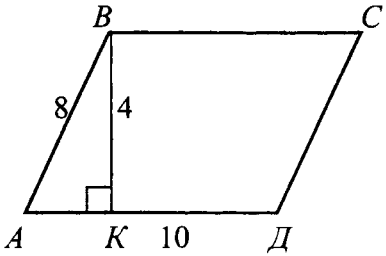
Ход урока

I. Проверка домашнего задания.

1. Дан параллелограмм *АВСД* с основанием *АД* и высотой *ВД*. Постройте другой параллелограмм с тем же основанием *АД*, равновеликий заданному параллелограмму. Сколько таких параллелограммов можно построить? (Две другие вершины такого параллелограмма будут лежать на прямой *ВС*. Бесконечное множество.)



2. Найдите углы параллелограмма, если его площадь равна 40 см^2, а стороны 10 см, 8 см.



$$h_a = \frac{S}{a}$$

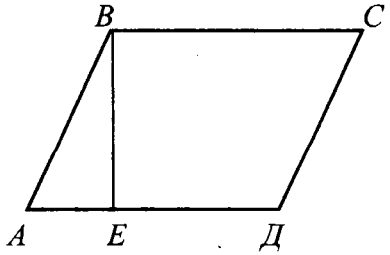
$$h_a = \frac{40}{10} = 4 \text{ (см)}$$

$$\angle A = 30°, \text{ т. к. } \frac{AB}{BK} = 2$$

$$\angle B = 150°.$$

II. Изучение нового материала.

1. Нарисовать параллелограмм *АВСД*.



АВСД – параллелограмм.

АВ = 8 см, *АД* = 12 см, $\angle A = 30°$.

Найти: S_{ABC}, $S_{АДС}$.

Решение.

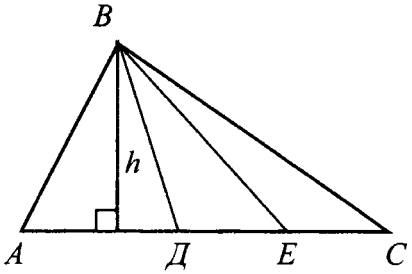
$S_{ABCД} = 4 \cdot 12 = 48$ (см^2). Так как ΔABC равен $\Delta АДС$, то $S_{ABC} = S_{АДС} = 24$ см^2.

2. Доказательство теоремы о площади треугольника и следствий из нее можно предложить учащимся провести самостоятельно.

III. Закрепление изученного материала.

Решить № 468 (а, г), 471 (а), 475.

№ 475.



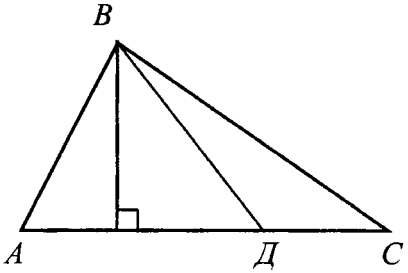
$АД = ДЕ = ЕС$

$S_{\Delta АВД} = \dfrac{АД \cdot h}{2}$,

$S_{\Delta ВДЕ} = \dfrac{ДЕ \cdot h}{2}$,

$S_{\Delta ВСЕ} = \dfrac{ЕС \cdot h}{2}$,

$S_{\Delta ВСЕ} = S_{\Delta АВД} = S_{\Delta ВЕД}$.



Дано: ΔABC, $S_{\Delta ABC} = 49$ см^2

$АД : ДС = 4 : 3$

Найти: $S_{\Delta АВД}$ и $S_{\Delta ВСД}$.

Решение.

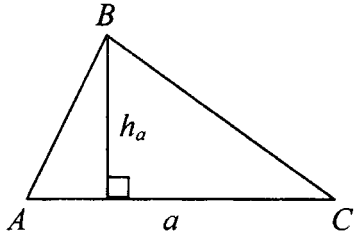
Если $АД : ДС = 4 : 3$,

то $S_{\Delta АВД} : S_{\Delta ВСД} = 4 : 3$.

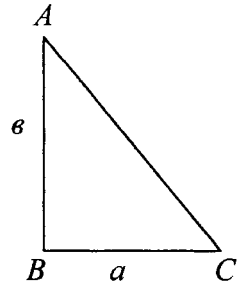
Имеем $4x + 3x = 49$,

$S_{\Delta АВД} = 28$ см^2, $S_{\Delta ВСД} = 21$ см^2.

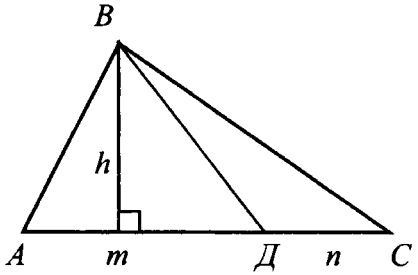
IV. Итоги урока.



$S_\Delta = \dfrac{1}{2} h_a \cdot a$.



$S_\Delta = \dfrac{a \cdot в}{2}$.

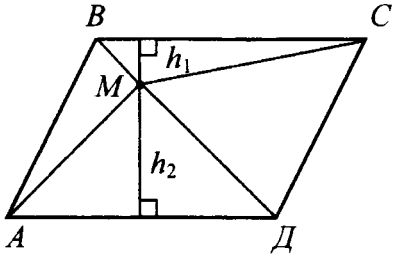


$S_{\Delta ABД} : S_{\Delta BCД} = m : n.$

Домашнее задание: § 2, вопрос 5, с. 133; № 467, 468 (б, в), 471 (б), 477 (устно).

Для желающих.

1. Внутри параллелограмма *АВСД* отмечена точка М. Докажите, что сумма площадей треугольников *АМД* и *ВМС* равна половине площади параллелограмма.



Решение.

$S_{\Delta BMC} = \frac{1}{2} h_1 BC,$

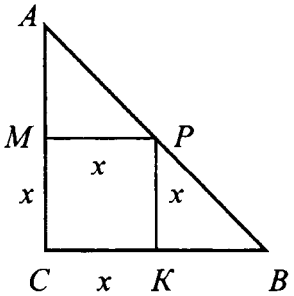
$S_{\Delta AMД} = \frac{1}{2} h_2 АД,\ АД = BC,$

$S_{\Delta BMC} + S_{\Delta AMД} = \frac{1}{2} АД(h_1 + h_2) =$

$= \frac{1}{2} АД \cdot h,$

$S_{\Delta BMC} + S_{\Delta AMД} = \frac{1}{2} S_{ABCД}.$

2. В треугольнике *ABC* $\angle C = 90°$. На сторонах *AC, AB, BC* соответственно взяты точки *M, P, K* так, что четырехугольник *CMPK* является квадратом *AC* = 6 см, *BC* = 14 см. Найдите сторону *MC*.



Решение.

1) $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot CB = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 14 = 42$ (см^2).

2) $S_{\Delta AMP} = \frac{1}{2} AM \cdot MP = \frac{1}{2}(6 - x) \cdot x$ (см^2).

3) $S_{\Delta PBK} = \frac{1}{2} PK \cdot KB = \frac{1}{2}(14 - x) \cdot x$ (см^2).

4) $S_{MPCK} = MC^2 = x^2$.

5) $S_{\Delta ABC} = S_{\Delta ABP} + S_{\Delta PBK} + S_{MPCK}$.

$$42 = \frac{1}{2}(6 - x)\cdot x + \frac{1}{2}(14 - x)\cdot x + x^2$$

$$2x^2 + 6x - x^2 + 14x - x^2 = 84$$

$$6x + 14x = 84$$

$$x = 4{,}2.$$

Ответ: $MC = 4{,}2$ см.

Урок 3

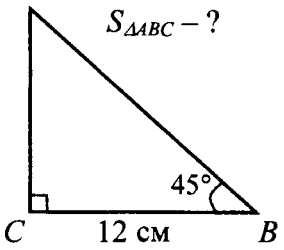
Цели: доказать теорему об отношении площадей треугольников, имеющих по равному углу; познакомить учащихся с решением задач по этой теме.

Ход урока

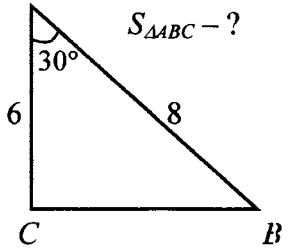
I. Проверка домашнего задания.

1. Выполнить устно:

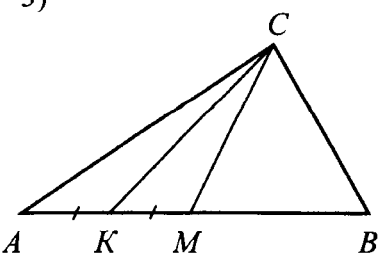
1)



2)



3)



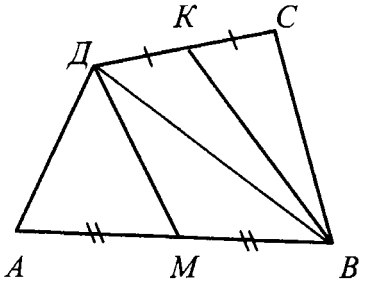
CM – медиана ΔACB.

Найти отношение площадей

$$\frac{S_{\Delta ACM}}{S_{\Delta ABC}};\ \frac{S_{\Delta ACM}}{S_{\Delta BCK}};\ \frac{S_{\Delta ACK}}{S_{\Delta BCK}}.$$

Ответ: $\frac{S_{\Delta ACM}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{1}{2}$; $\frac{S_{\Delta ACM}}{S_{\Delta BCK}} = \frac{2}{3}$; $\frac{S_{\Delta ACK}}{S_{\Delta BCK}} = \frac{1}{3}$.

4)



Докажите, что $S_{МВКД} = \frac{1}{2} S_{АВСД}$.

Решение.

$\frac{S_{\Delta АДВ}}{S_{\Delta МДВ}} = \frac{2}{1}$; $\frac{S_{\Delta ДСВ}}{S_{\Delta ДКВ}} = \frac{2}{1}$.

$S_{АВСД} = S_{\Delta АДВ} + S_{\Delta ДВС}$

$S_{МДКВ} = S_{\Delta МДВ} + S_{\Delta ДКВ}$

$\frac{S_{АВСД}}{S_{МДКВ}} = \frac{2}{1}$.

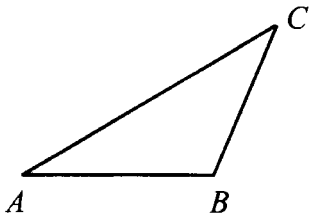
II. Объяснение нового материала.

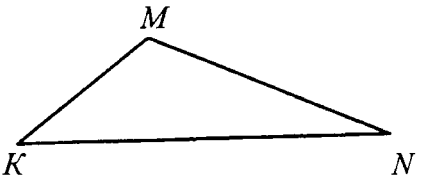
Доказательство теоремы об отношении площадей треугольников, имеющих по равному углу, рекомендуется провести самому учителю.

III. Закрепление изученного материала.

1. Дано: $\angle A = \angle K$, $AC = 5$ см, $AB = 3$ см, $KN = 7$ см, $KM = 2$ см.

Найти: $\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta KMN}}$.

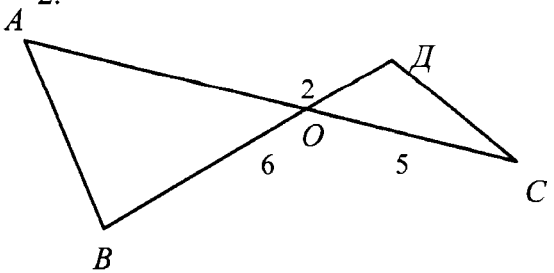




Решение.

$\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta KMN}} = \frac{AC \cdot AB}{KM \cdot KN} = \frac{5 \cdot 3}{7 \cdot 2} = \frac{15}{14}$.

2.



Дано: $AO = 8$ см
$OB = 6$ см
$OC = 5$ см
$OД = 2$ см
$S_{\Delta AOB} = 20$ см^2.
Найти: $S_{\Delta COД}$.

Решение.

$$\frac{S_{\Delta СОД}}{S_{\Delta АОВ}} = \frac{ДО \cdot ОС}{АО \cdot ВО}$$

$$\frac{S_{\Delta СОД}}{20} = \frac{2 \cdot 5}{8 \cdot 6}$$

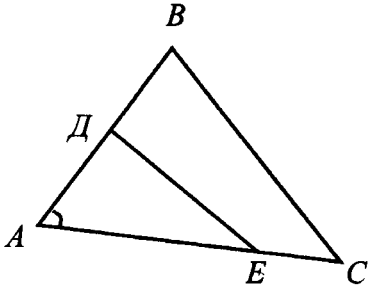
$$S_{\Delta СОД} = \frac{20 \cdot 2 \cdot 5}{8 \cdot 6} = \frac{25}{6} = 4\frac{1}{4} \text{ см}^2.$$

3. Площадь одного равностороннего треугольника в три раза больше, чем площадь другого равностороннего треугольника. Найдите сторону второго треугольника, если сторона первого равна 1.

Решение.

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{3}; \ \frac{S_1}{S_2} = \frac{1 \cdot 1}{a \cdot a}; \ \frac{1}{3} = \frac{1}{a^2}; \ a = \sqrt{3}.$$

№ 479 (б).



Решение.

$\angle A$ – общий $\Rightarrow$

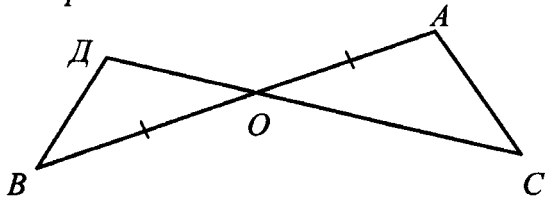
$$\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta АДС}} = \frac{AB \cdot AC}{АД \cdot AE}$$

$$\frac{10}{2} = \frac{8 \cdot 3}{АД \cdot 2}$$

$$АД = \frac{2 \cdot 8 \cdot 3}{2 \cdot 10} = 2{,}4 \text{ (см)}.$$

IV. Самостоятельная работа обучающего характера.

Вариант I.

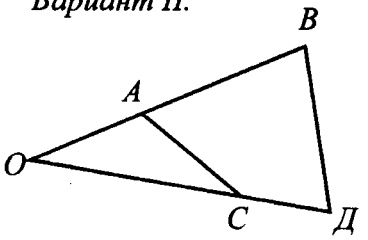


$AO = OB$, $OC = 2 \cdot ОД$

$S_{\Delta АОС} = 12$ см^2.

Найти: $S_{\Delta ВОД}$.

Вариант II.

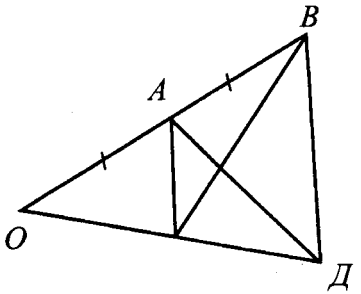


$OB = OC$; $ОД = 3OA$

$S_{\Delta АОС} = 16$ см^2.

Найти: $S_{\Delta ВОД}$.

Вариант III.



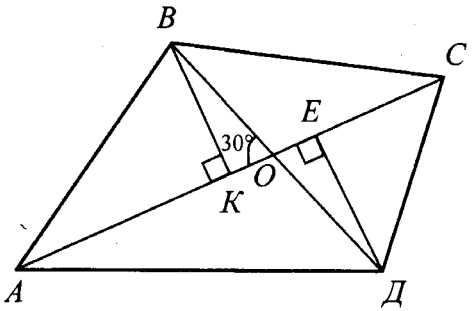
$AO = AB$; $AC \parallel ВД$.
Докажите, что
$S_{\Delta OBC} = S_{\Delta OAД}$.

V. Итоги урока.

Домашнее задание: § 2, вопрос 6, с. 134; № 469, 472, 479 (а).

Для желающих.

1. В четырехугольнике диагонали равны 8 см и 12 см и пересекаются под углом 30° друг к другу. Найдите площадь этого четырехугольника.

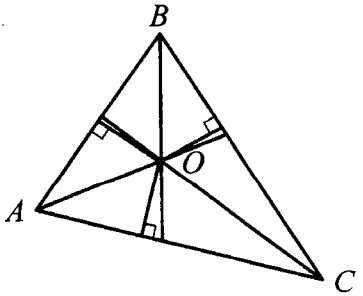


Решение.

$$S_{ABCД} = S_{\Delta ABC} + S_{\Delta AДC} = \frac{BK \cdot AC}{2} + \frac{ДE \cdot AC}{2} = \frac{AC}{2}(BK + ДE) = \frac{AC}{2}\left(\frac{BO}{2} + \frac{OД}{2}\right) = \frac{AC \cdot BД}{4},$$

$$S_{ABCД} = \frac{8 \cdot 12}{4} = 24 \text{ (см}^2\text{)}.$$

2. В треугольнике точка пересечения биссектрис удалена от прямой, содержащей одну из сторон на 1,5 см. Периметр треугольника равен 16 см. Найдите его площадь.



Решение.

1. Расстояние от точки пересечения биссектрис до прямых, содержащих стороны треугольника, равны как радиусы вписанной окружности.

$$S_{\Delta ABC} = S_{\Delta ABO} + S_{\Delta BOC} + S_{\Delta AOC} = \frac{1}{2}rAB + \frac{1}{2}rBC + \frac{1}{2}rAC =$$

$$=\frac{1}{2}r(AB+BC+AC)=\frac{1}{2}\cdot 1{,}5\cdot 16=12\ (\text{см}^2).$$

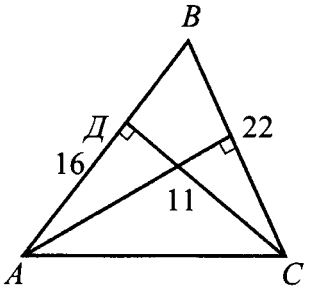
Урок 4

Цели: доказать теорему о площади трапеции; познакомить учащихся с методами решения задач по этой теме.

Ход урока

I. Проверка домашнего задания.

№ 469.



$$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AB\cdot СД$$

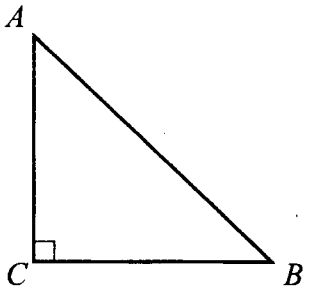
$$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}16\cdot 11=88\ (\text{см}^2)$$

$$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}BC\cdot h$$

$$88=\frac{1}{2}\cdot 22\cdot h$$

$h = 8$ (см).

№ 472.



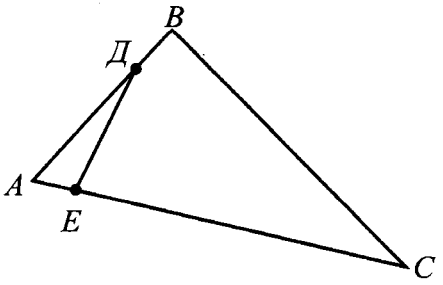
$S_{\Delta ABC}=\dfrac{AC\cdot CB}{2}$, так как $\dfrac{AC}{BC}=\dfrac{7}{12}$.

$AC=\dfrac{7BC}{12}$ $\qquad 168=\dfrac{7BC\cdot BC}{12\cdot 2}$

$BC^2=\dfrac{168\cdot 12\cdot 2}{7}$ $\qquad BC^2=24\cdot 24$

$BC = 24$ см $\qquad AC = 14$ см

№ 479 (а)



$$\frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta АДЕ}}=\frac{AC\cdot AC}{АД\cdot AE}$$

$$\frac{10}{S_{\Delta АДЕ}}=\frac{5\cdot 6}{3\cdot 2}$$

$$S_{\Delta АДЕ}=\frac{10\cdot 3\cdot 2}{5\cdot 6}=2\ (\text{см}^2).$$

II. Объяснение нового материала.

Доказательство теоремы о площади трапеции можно предложить учащимся разобрать самостоятельно.

III. Закрепление изученного материала.

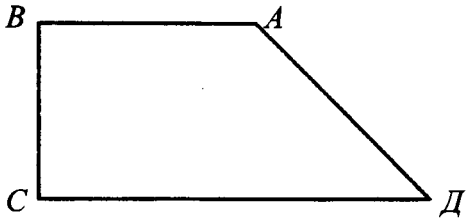
Решить задачу.

Дано: $S = 18$ см^2, $a = 2$ см, $в = 7$ см.

Найти: h.

Ответ: $h = 4$ см.

№ 480 (в).



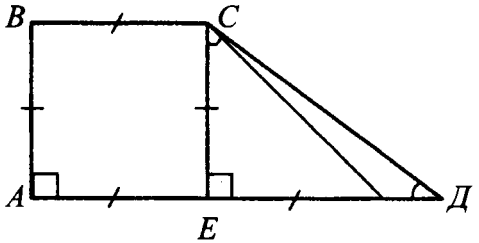
Решение.

$$S_{\Delta ВСД} = \frac{АВ + СД}{2} \cdot ВС,$$

$$S_{АВСД} = \frac{5+13}{2} \cdot 8,$$

$S_{АВСД} = 72$ (см^2).

№ 481.



Решение.

$\angle ВСД = 135°$, $\angle ВСЕ = 90°$

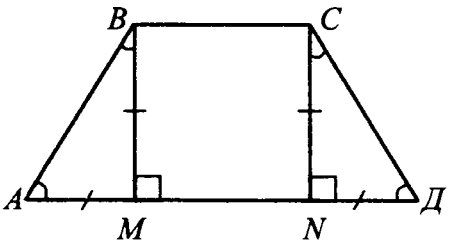
$\angle ЕСД = 45°$, $\angle СДЕ = 45°$.

Имеем $\Delta СДЕ$ – равнобедренный, т. е. $СЕ = ЕД$.

Четырехугольник $АВСЕ$ – квадрат, поэтому $АВ = СЕ = ВС = АЕ$.

$$S_{\Delta ВСД} = \frac{ВС + АД}{2} \cdot АВ = \frac{6+6}{2} \cdot 6 = 36 \text{ (см}^2\text{)}.$$

№ 482.



Решение.

$\angle ВСД = 135°$, $\angle NCL = 45°$

$\angle NСД = \angle СДN = 45° \Rightarrow$

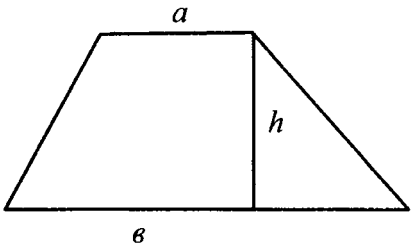
$NC = NД = 1{,}4$ см

$MN = AN - MN = 3{,}4 - 1{,}4 = 2$ (см)

$MN = BC$.

$$S_{\Delta ВСД} = \frac{ВС + АД}{2} \cdot NC = \frac{2 + 4{,}8}{2} \cdot 1{,}4 = 4{,}76 \text{ (см}^2\text{)}.$$

IV. Итоги урока.

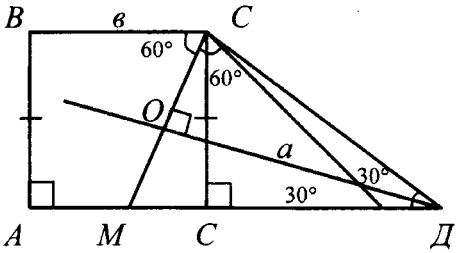


$$S_{\text{трапеции}} = \frac{a+в}{2} \cdot h$$

Домашнее задание: § 2, вопрос 7, с. 134; № 480 (8), 518 (а).

Для желающих.

В трапеции *АВСД*, *АД* – большее основание, $\angle Д = 60°$. Биссектрисы углов *С* и *Д* пересекаются в точке 0, *ОД* = *а*, *ВС* = *в*, *АД* = *с*. Найдите площадь трапеции.



Решение.

$\Delta СДЕ$ – равносторонний, так как $\angle МСД = \angle СДМ = \angle СМД = 60°$.

СМ = *ОД*, т. е. ОД – высота $\Delta МСД$.

В равностороннем треугольнике высоты равны.

$$S_{АВСД} = \frac{ВС + АД}{2} \cdot ОД = \frac{в + с}{2} \cdot a.$$

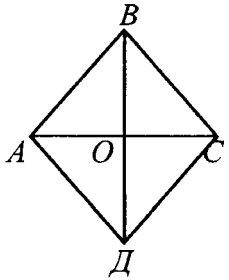
Урок 5

Цель: познакомить учащихся с методами решения задач по теме «Площадь многоугольников».

Ход урока

I. Проверка домашнего задания.

1. Обсудить решение домашних задач.
2. Выполнить задания (устно):

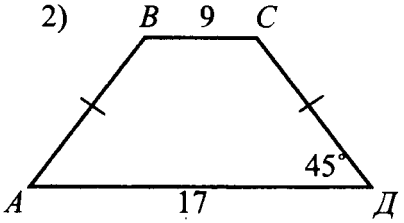


1) *АВСД* ромб.

ВД = 18 см, *АС* = 10 см

Найти: $S_{АВСД}$.

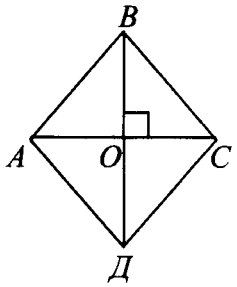
2)



АВСД – равнобокая трапеция.
Найти: $S_{АВСД}$.

II. Решение задач.

№ 477.



Решение.

Пусть $AC = x$, тогда $ВД = 1{,}5x$

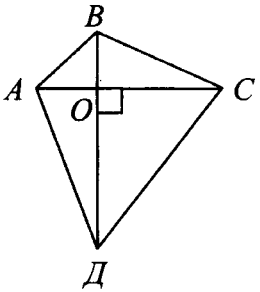
$$S_{АВСД} = \frac{1}{2} AC \cdot ВД,$$

$$27 = \frac{1}{2}x \cdot \frac{3}{2}x;\ 27 = \frac{3}{4}x^2$$

$x^2 = 36$; $x = 6$.

$AC = 6$ см, $ВД = 9$ см.

№ 478.



Решение.

1) $S_{АВСД} = S_{АВС} + S_{АДС}$.

2) BO – высота ΔABC, а $ДО$ высота $\Delta АДС$,

поэтому $S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BO$,

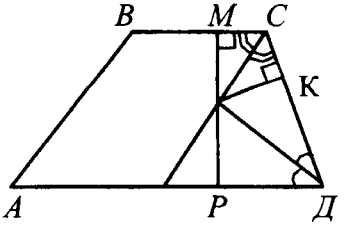
$$S_{АДС} = \frac{1}{2} AC \cdot ОД.$$

Следовательно

$$S_{АВСД} = \frac{1}{2} AC \cdot BO + \frac{1}{2} AC \cdot ОД = \frac{1}{2} AC\,(BO + ОД);$$

$$S_{АВСД} = \frac{1}{2} AC \cdot ВД.$$

Задача 1. В трапеции *АВСД* *АД* – большее основание, $\angle Д = 60°$. Биссектрисы углов *С* и *Д* пересекаются в точке *О*, $ОД = a$, $BC = в$, $АД = c$. Найдите площадь трапеции.



Решение.

1) Проведем $OM \perp BC$, $OK \perp СД$ и $OP \perp АД$.

2) Из равенства прямоугольных треугольников *МСО* и *КСО* следует, что $OM = OK$.

3) Из равенства прямоугольных треугольников *ОРД* и *ОКД* следует, что $OK = OP$.

4) Имеем $OM = OP = OK$.

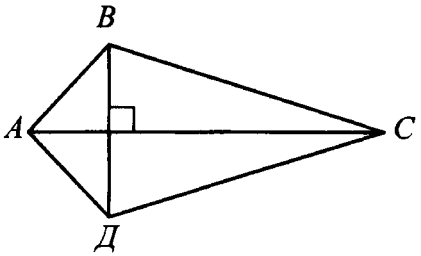
5) В прямоугольном треугольнике $KOД$ катет OK лежит против угла в 30° и равен половине гипотенузы, т. е. $OK = \frac{a}{2}$.

6) $S_{ABCД} = \frac{1}{2}(BC \cdot AД) \cdot MP$; $S_{ABCД} = \frac{1}{2}(в + c)$.

Задача 2. Четырехугольник, у которого диагонали пересекаются под прямым углом, имеет площадь 250 см^2. Найдите его диагонали, если известно, что одна больше другой в 5 раз.

Ответ: 10 и 50 см.

III. Итоги урока.



$S_{ABCД} = \frac{1}{2}d_1 \cdot d_2$ – площадь четырехугольника, где d_1 и d_2 – диагонали.

Домашнее задание: вопросы 1–7, с. 133–134; № 476(б), 470, 466.

ТЕОРЕМА ПИФАГОРА (§ 3)

(3 часа)

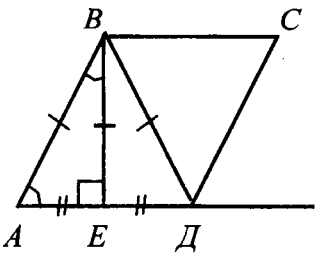
Урок 1

Цели: доказать теорему Пифагора и обратную ей теорему, рассмотреть решение задач с применением этих теорем.

Ход урока

I. Проверка домашнего задания.

№ 466.



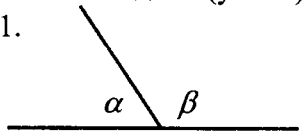
Решение.

1) BE – высота в равнобедренном треугольнике и медиана $AE = EД = 7{,}6$ см.

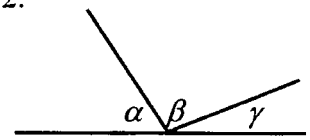
2) ΔABE – прямоугольный и равнобедренный $AE = BE = 7{,}6$ см.

3) $S_{ABCД} = (15{,}2 \cdot 7{,}6) = 115{,}52$ см^2.

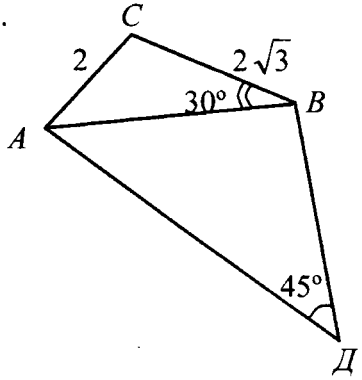
Решить задачи (устно):

1. 

$\alpha = 3\beta$. Найти β.

2. 

$\alpha + \gamma = \beta$. Найти β.

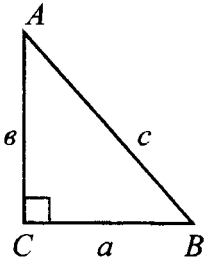
3. 

Найти площадь четырехугольника *ВДАС*.

II. Изучение нового материала.

1. Доказательство теоремы провести с помощью учащихся.

2. Для закрепления теоремы можно предложить учащимся устные задачи на вычисление:



а) $a = 6$ см; $в = 8$ см.
Найти: c.
б) $c = 5$ см, $в = 3$ см. Найти a.

3. Напомнить учащимся понятие обратной теоремы. Всегда ли она верна? Разобрать вопросы из домашнего задания.

4. Сформулировать с помощью учащихся теорему, обратную теореме Пифагора.

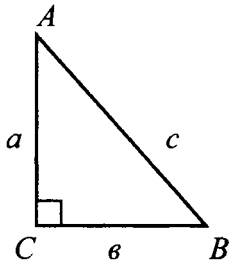
5. Доказательство теоремы Пифагора.

6. Рассказать учащимся о том, что хотя эта теорема и связана с именем Пифагора, она была известна задолго до него.

III. Закрепление изученного материала.

Решить задачи: № 483 (г), 484 (а, в), 498 (в, д).

IV. Итоги урока.



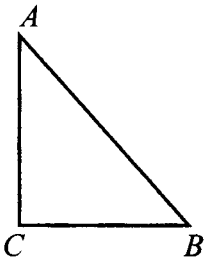
1) если $\angle C = 90°$, то $c^2 = a^2 + в^2$;
2) если $c^2 = a^2 + в^2$, то $\angle C = 90°$.

Домашнее задание: § 3, п. 54, 55, вопросы 8–10, с. 134; № 483 (в), 484 (б, г), 498 (б, г, ж). Существует более ста доказательств теоремы Пифагора. По желанию подготовить сообщения с 5–6 доказательствами теоремы Пифагора.

Для желающих.

1. С помощью теоремы Пифагора доказать, что в прямоугольном треугольнике любой из катетов меньше гипотенузы.

Доказательство:



По теореме Пифагора $AB^2 = AC^2 + BC^2$.
Т. к. $BC^2 > 0$, то $AC^2 < AB^2$, т. е. $AC < AB$.

2. Подготовить сообщения об истории теоремы Пифагора.

Урок 2

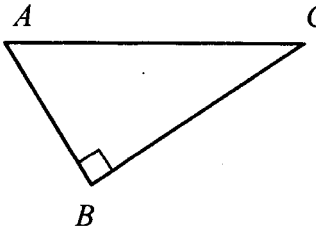
Цель: рассмотреть решение задач с помощью теоремы Пифагора.

Ход урока

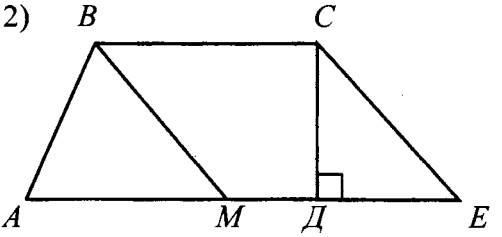
I. Проверка домашнего задания.

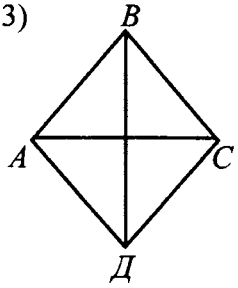
Записать теорему Пифагора для треугольников.

1)

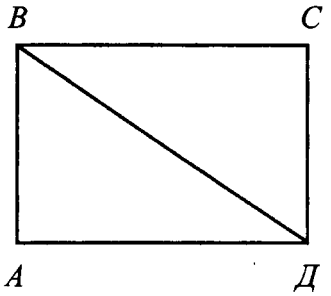


2)

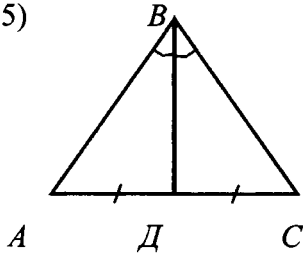


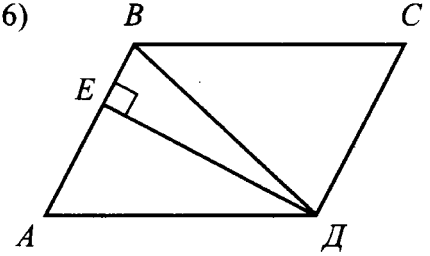
3) 

АВСД – ромб.

4) 

АВСД – прямоугольник.

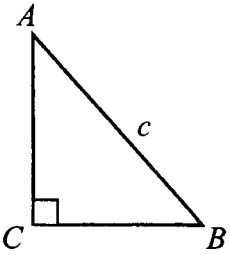
5) 

6) 

ДЕ – высота.

II. Решение задач.

№ 485.



1) $\angle A = 90° - 60° = 30°$

2) $CB = \frac{c}{2}$, как катет, лежащий против угла в 30°.

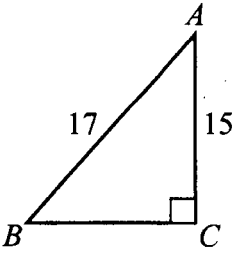
3) По теореме Пифагора

$AB^2 = AC^2 + CB^2$, $AC^2 = AB^2 - CB^2$

$AC^2 = c^2 - \frac{c^2}{4} = \frac{3c^2}{4}$, $AC = \frac{c}{2}\sqrt{3}$.

Решить устно:

На какое расстояние надо отодвинуть от стены дома нижний конец лестницы длиною 17 м, чтобы верхний конец ее достал до слухового окна, находящегося на высоте 15 м от поверхности земли.



Решение.

ΔABC прямоугольный.

По теореме Пифагора

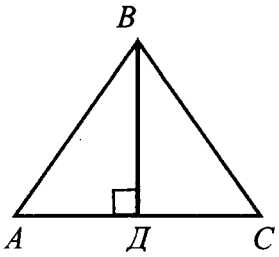
$AB^2 = AC^2 + BC^2$,

$BC^2 = AB^2 - AC^2$,

$BC = \sqrt{17^2 - 15^2} = \sqrt{(17-15)(17+15)} =$

$= \sqrt{2 \cdot 32} = 8$ (м).

№ 488 (а).



1) $ВД$ – высота и медиана равностороннего треугольника, поэтому $ДС = 3$ см.

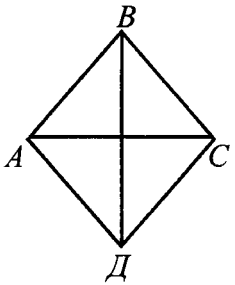
2) $\Delta ВСД$ – прямоугольный. По теореме Пифагора имеем

$ВС^2 = ВД^2 + ДС^2$,

$ВД^2 = ВС^2 - ДС^2$

$ВД = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{(6-3(6+3)} = \sqrt{3 \cdot 9} = 3\sqrt{3}.$

№ 493.



Решение.

1) По свойству диагоналей ромба

$BO = ОД = 12$ см, $AO = OC = 5$ см.

2) По свойству ромба $\angle BOC = 90°$.

3) По теореме Пифагора в ΔBOC имеем

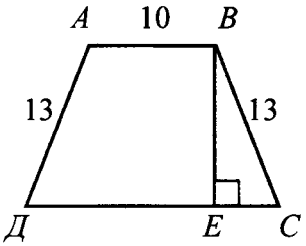
$BC^2 = BO^2 + OC^2$

$BC = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{144 + 25} = 13$ (см)

4) $S_{АВСД} = \frac{1}{2} ВД \cdot AC =$

$S_{АВСД} = \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 10 = 120$ (см^2)

№ 495 (а).



1) BE – высота трапеции.

ΔBCE – прямоугольный.

2) По теореме Пифагора имеем в ΔBCE:

$BC^2 = EC^2 + BE^2$, $BE^2 = BC^2 - EC^2$

3) $EC = \frac{ДС - AB}{2}$ по свойству равнобокой трапеции $EC = \frac{20-10}{2} = 5$ (см).

4. $BE = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{(13-5)(13+5)} = \sqrt{8 \cdot 18} = \sqrt{16 \cdot 9} = 12$ (см).

III. Итоги урока.

При решении задач с применением теоремы Пифагора нужно:

1) указать прямоугольный треугольник;

2) записать для него теорему Пифагора;

3) выразить неизвестную сторону через две другие;

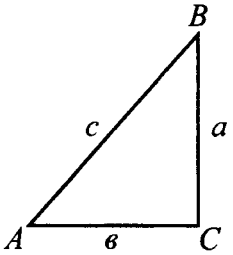
4) подставив известные значения, вычислить неизвестную сторону.

Домашнее задание: № 486 (а), 487, 494, 495 (б).

Для желающих.

Задачи древнекитайского ученого Цзинь Киу-чау, 1250 лет до н. э.

1. Бамбуковый ствол 9 футов высотой переломлен бурей так, что если верхнюю часть его нагнуть к земле, то верхушка коснется земли на расстоянии 3 футов от основания ствола. На какой высоте переломлен ствол?



Решение.

$a + c = 9$ футов, $в = 3$ фута

$c = 9 - a$

ΔABC – прямоугольный.

По теореме Пифагора

$c^2 = a^2 + в^2$

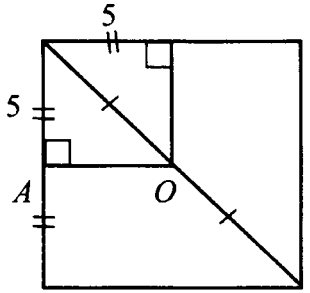
$(9 - a)^2 = a^2 + 3^2$

$81 - 18a + a^2 = a^2 + 9.$

$18a = 72$

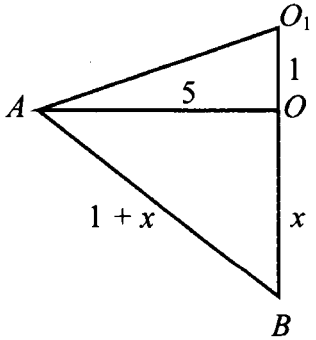
$a = 4.$

2. В центре квадратного пруда, имеющего 10 футов в длину и ширину, растет тростник, возвышающийся на 1 фут над поверхностью воды. Если его пригнуть к берегу, к середине стороны пруда, то он достигнет своей верхушкой берега. Какова глубина пруда?



Решение.

$AO = 5$ футов – расстояние от центра квадрата до середины стороны.



$AB = O_1B$

ΔOAB – прямоугольный.

По теореме Пифагора

$AB^2 = AO^2 + OB^2.$

Пусть $OB = x$ футов, тогда $AB = (1 + x)$ футов. Имеем

$(1 + x)^2 = 5^2 + x^2$

$1 + 2x + x^2 = 25 + x^2$

$x = 12$

$OB = 12$ футов.

Урок 3

Цели: продолжить рассматривать решение задач с помощью теоремы Пифагора и проверить навыки решения задач по этой теме.

Ход урока

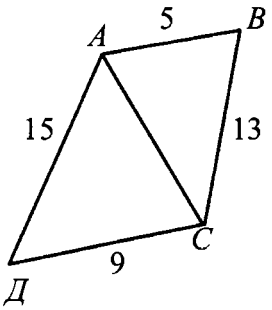
I. Проверка домашнего задания.

1. Заслушать сообщения о других доказательствах теоремы Пифагора.

2. Ответить на возможные вопросы по домашнему заданию.

II. Решение задач.

№ 517 (разобрать решение без записи в тетрадь).



Решение.

1) Рассмотрим ΔABC. Сторона BC – наибольшая. Проверим, не выполняется ли в нем условие

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

$13^2 = 12^2 + 5^2$

$169 = 144 + 25$

$169 = 169.$

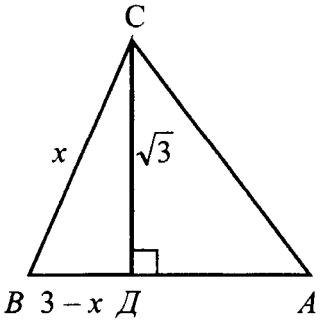
ΔABC – прямоугольный по теореме, обратной теореме Пифагора.

2) Аналогично доказывается, что $\Delta АДС$ – прямоугольный с прямым углом $ДСА$.

3) $S_{ABCД} = S_{ABC} + S_{ДАС} = \frac{1}{2} AB \cdot AC + \frac{1}{2} AC \cdot ДС = \frac{1}{2} AC\,(AB + ДС) =$

$= \frac{1}{2} \cdot 12(5 + 9) = 84$ (см^2).

№ 496.



Решение.

1) Пусть $АД = BC = x$. Тогда $ВД = 3 - x$.

2) По теореме Пифагора для треугольника $ВСД$

$x^2 = (3 - x)^2 + \left(\sqrt{3}\right)^2$

$x^2 = 9 - 6x + x^2 + 3$

$6x = 12$

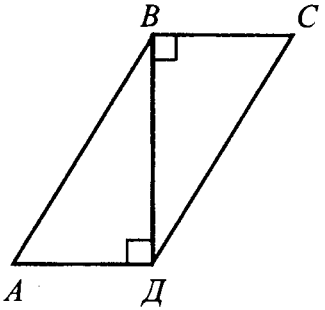
$x = 2$

$BC = 2$ см.

3) По теореме Пифагора для треугольника $АСД$.

$AC = \sqrt{АД^2 + СД^2} = \sqrt{4+3} = \sqrt{7}$ (см).

№ 497 (без записи в тетрадь).



Решение.

$\Delta АВД$ – прямоугольный.

По теореме Пифагора

$AB^2 = ВД^2 + АД^2$,

$ВД = \sqrt{AB^2 - АД^2}$

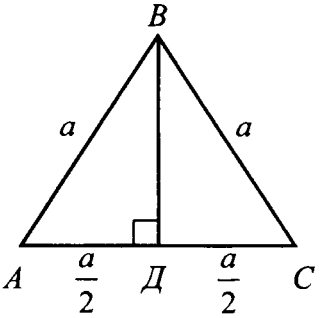
$ВД = \sqrt{(AB - АД)(АД + AB)}$

$АД + AB$ – полупериметр.

$АД + AB = 25$ (см).

$ВД = \sqrt{25 \cdot 1} = 5$ (см).

№ 489.



1) $ВД$ – высота ΔABC, которая является и медианой.

$АД = ДС = \frac{a}{2}$.

2) $\Delta АВД$ – прямоугольный по теореме Пифагора.

$ВД = \sqrt{AB^2 - АД^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} ВД \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

III. Самостоятельная работа.

Вариант I.

В прямоугольной трапеции основания равны 22 см и 6 см, большая боковая сторона – 20 см. Найдите площадь трапеции.

Вариант II.

В прямоугольной трапеции боковые стороны равны 7 см и 25 см, а меньшее основание равно 2 см. Найдите площадь трапеции.

Вариант III (для более подготовленных учащихся).

Диагональ $АС$ прямоугольной трапеции $АВСД$ перпендикуляр на боковой стороне $СД$ и составляет угол 60° с основанием $АД$. Найдите площадь трапеции, если $АД = 24$ см.

IV. Итоги урока.

Площадь равностороннего треугольника $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, где a – сторона треугольника.

Домашнее задание: № 490, 491 (а).

Для желающих.

Рассмотреть самостоятельно решение № 524 (вывод формулы Герона).

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

(2 часа)

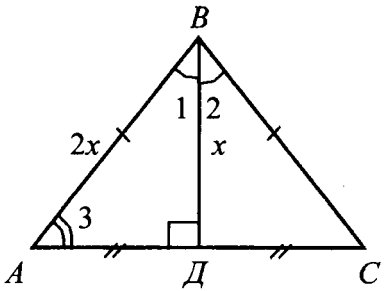
Урок 1

Цели: вывести формулу Герона, рассмотреть применение ее при решении задач.

Ход урока

I. Проверка домашнего задания.

По готовым на доске чертежам проверить решение задач. № 490 (б).



1) $ВД$ – высота, биссектриса и медиана по свойству равнобедренного треугольника, поэтому $\angle 1 = \angle 2 = 60°$, $АД = ДС = 9$ см.

2) $\Delta АВД$ – прямоугольный, $\angle 3 = 90° - 60° = 30°$.

3) $ВД$ – катет, лежащий против угла в 30°, равен половине гипотенузы, т. е. $АВ = 2ВД$.

4) Пусть $ВД = x$ см, тогда $АВ = 2x$ см.

По теореме Пифагора $АВ^2 = ВД^2 + АД^2$

$(2x)^2 = x^2 + 9^2$,

$4x^2 = x^2 + 81$

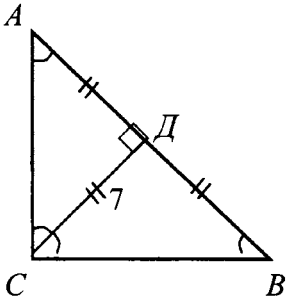
$3x^2 = 81$

$x = 3\sqrt{3}$

$АВ = 6\sqrt{3}$ см.

5) $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} ВД \cdot АС = \frac{1}{2} 3\sqrt{3} \cdot 18 = 27\sqrt{3}$ (см^2).

№ 490 (в).



1) $СД$ – высота, биссектриса, медиана.

2) $\Delta АДС$ – равнобедренный и прямоугольный.

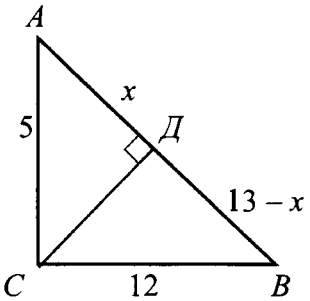
По теореме Пифагора

$AC^2 = СД^2 + АД^2$.

$AC = \sqrt{7^2 + 7^2} = 7\sqrt{2}$ (см).

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot CB = \frac{1}{2} \cdot 7\sqrt{2} \cdot 7\sqrt{2} = 49$ (см^2).

№ 491 (а).



$AB^2 = AC^2 + CB^2$,

$AB = \sqrt{25 + 144} = 13$ (см).

$АД = x$, $ДВ = 13 - x$

$\Delta АСД$ ($\angle Д = 90°$) : $СД^2 = AC^2 - АД^2 = 25 - x^2$

$\Delta СДВ$ ($\angle Д = 90°$) : $СД^2 = CB^2 - ДВ^2 =$

$= 144 - (13 - x)^2 = 144 - 169 + 26x - x^2$.

Имеем $25 - x^2 = 26x - x^2 - 25$.

$26x = 50$

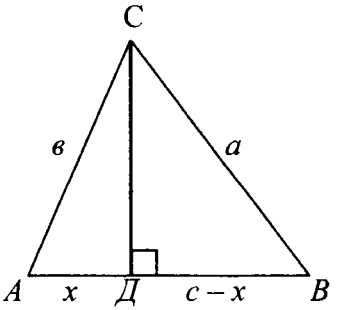
$x = \frac{25}{13}$

$$СД = \sqrt{25 - x^2} = \sqrt{25 - \left(\frac{25}{13}\right)^2} = \sqrt{\frac{25 \cdot 169 - 25^2}{13^2}} = \sqrt{\frac{25 \cdot (169 - 25)}{13^2}} =$$

$$= \frac{5}{13}\sqrt{144} = \frac{5 \cdot 12}{13} = \frac{60}{13} = 4\frac{8}{13} \text{ (см)}.$$

II. Изучение нового материала.

Рассмотреть решение задачи № 524. Во всяком треугольнике по крайней мере два угла острые. Пусть $\angle A$ и $\angle B$ – острые углы треугольника ABC. Тогда основание высоты $СД$ лежит на стороне AB.



Положим $АД = x$, тогда $ВД = c - x$. Применяя теорему Пифагора к треугольникам $АСД$ и $ВСД$, получаем уравнения

$в^2 = h^2 + x^2$, $a^2 = h^2 + (c - x)^2$

$h^2 = в^2 - x^2$; $h^2 = a^2 - (c - x)^2$

$в^2 - x^2 = a^2 - (c - x)^2$

$в^2 = a^2 - c^2 + 2cx$

$x = \frac{в^2 + c^2 - a^2}{2c}$

$$h^2 = в^2 - x^2 = (в - x)(в + x)$$

$$h^2 = \left(в - \frac{в^2 + c^2 - a^2}{2c}\right)\left(в + \frac{в^2 + c^2 - a^2}{2c}\right)$$

$$h^2 = \left(\frac{2вc - в^2 - c^2 + a^2}{2c}\right)\left(\frac{2вc + в^2 + c^2 - a^2}{2c}\right)$$

$$h^2 = \frac{a^2 - (в - c)^2}{2c} \cdot \frac{(в + c)^2 - a^2}{2c}$$

$$h^2 = \frac{(a - в + c)(a + в - c)}{2c} \cdot \frac{(в + c - a)(в + c + a)}{2c} =$$

$$= \frac{(2p - 2в)(2p - 2c)(2p - 2a)(2p)}{4c^2} = \frac{16(p - в)(p - c)(p - a)p}{4c^2}$$

$$h = \frac{2\sqrt{(p - в)(p - c)(p - a)p}}{c}, \quad S = \frac{1}{2}h \cdot c = \sqrt{p(p - a)(p - в)(p - c)}.$$

III. Закрепление изученного материала.

Выполнить № 499 (а).

IV. Итоги урока.

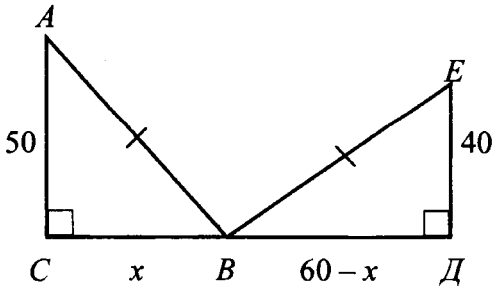
$$S_Δ = \sqrt{p(p - a)(p - в)(p - c)}, \quad p = \frac{a + в + c}{2}.$$

Домашнее задание: № 499 (б), 491 (б), 492, 495 (в); подготовиться к самостоятельной работе; выучить формулы площадей многоугольников.

Для желающих.

Задача Леонарда Пизанского, XIII век.

Две башни в равнине находятся на расстоянии 60 локтей одна от другой. Высота первой башни 50 локтей, высота второй 40 локтей. Между башнями находится колодец, одинаково удаленный от вершин башен. Как далеко находится колодец от основания каждой башни.



Решение.

ΔACB, $\angle C = 90°$

$AB^2 = AC^2 + CB^2$

$\Delta BЕД$, $\angle Д = 90°$

$BE^2 = BД^2 + ЕД^2$,

Так как $AB^2 = BE^2$, то

$50^2 + x^2 = (60 - x)^2 + 40^2$

$x = 22{,}5$.

$CB = 22{,}5$; $BД = 37{,}5$.

Ответ: 23 и 38 локтей.

Урок 2

Цель: закрепить умения учащихся в применении формул площадей многоугольников и теоремы Пифагора при решении задач.

Ход урока

I. Проверка домашнего задания.

1. Ответить на возможные вопросы учащихся по домашнему заданию.

2. Фронтально проверить, знают ли учащиеся формулы площадей многоугольников.

В результате на доске должна получиться запись:

Треугольник $S = \frac{1}{2} a \cdot h$.

$S = \sqrt{p(p-a)(p-в)(p-c)}$, $p = \frac{a+в+c}{2}$.

Прямоугольный треугольник – $S = \frac{1}{2} a \cdot в$; a и $в$ – катеты.

Равносторонний треугольник – $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$; a – сторона треугольника.

Прямоугольник – $S = ав$.

Квадрат – $S = a^2$.

Параллелограмм – $S = a \cdot h$.

Ромб – $S = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$; d_1, d_2 – диагонали ромба.

Трапеция – $S = \frac{a+в}{2} \cdot h$; a, $в$ – основания трапеции.

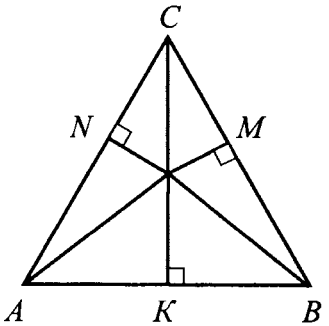
Кроме того, необходимо напомнить учащимся свойства:

1) Если высоты двух треугольников равны, то их площади относятся как основания.

2) Если угол одного треугольника равен углу другого треугольника, то площади этих треугольников относятся как произведения сторон, заключающих равные углы.

II. Решение задач.

№ 509.



Решение.

1) Пусть O – произвольная точка, лежащая внутри равностороннего треугольника ABC ($AB = BC = AC = a$) и OK, OM и ON перпендикуляры к сторонам этого треугольника.

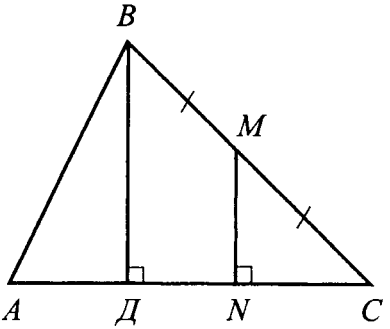
2) $S_{ABC} = S_{AOB} + S_{BOC} + S_{COA} =$

$$= \frac{1}{2}(OK \cdot AB + OM \cdot BC + ON \cdot AC)$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}a(OK + OM + ON)$$

$OK + OM + ON = \dfrac{2S_{ABC}}{a}$, т. е. сумма $OK + OM + ON$ не зависит от выбора точки O.

№ 516.



Решение.

1) $ВД$ – высота, так как

2) $ВД \parallel MN$, $BM = MC$, то по теореме Фалеса $ДN = NC$.

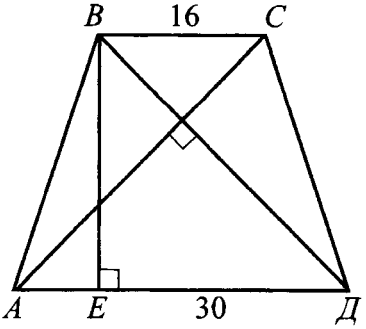
3) $\Delta ВСД$ – прямоугольный, по теореме Пифагора $BC^2 = ВД^2 + ДC^2$

$$ВД = \sqrt{34^2 - 30^2} = \sqrt{(34-30)(34+30)} =$$

$$= \sqrt{4 \cdot 64} = 16 \text{ (см)}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}AC \cdot ВД = \frac{1}{2}40 \cdot 16 = 320 \text{ (см}^2\text{)}.$$

№ 518 (б) (без записи в тетрадь).



$ВД = AC$ и $BO = OC = x$; $AO = ОД = y$.

1) В прямоугольных треугольниках BOC и $AOД$ имеем по теореме Пифагора

$BC^2 = BO^2 + OC^2$; $16^2 = 2x^2$, $x = 8\sqrt{2}$

$АД^2 = AO^2 + ОД^2$; $30^2 = 2y^2$, $y = 15\sqrt{2}$

$AC = ВД = 23\sqrt{2}$.

2) $\Delta ВДЕ$ – прямоугольный, по теореме Пифагора

$ВД^2 = ВЕ^2 + ДЕ^2$, $ВЕ = \sqrt{ВД^2 - ДЕ^2} = \sqrt{1058 - 529} = 23$ (см).

3) $S_{АВСД} = \frac{1}{2}(ВС + АД) \cdot ВЕ = \frac{1}{2}(16 + 30) \cdot 23 = 529$ (см^2).

III. Самостоятельная работа.

Вариант I.

1. В треугольнике $АВС$ $\angle А = 45°$, $ВС = 13$, а высота $ВД$ отсекает на стороне $АС$ отрезок $ДС$, равный 12 см. Найти площадь $\Delta АВС$ и высоту, проведенную к стороне ВС.

2. В параллелограмме $АВСД$ $ВК$ делит сторону $АД$ на отрезки $АК$ и $КД$. Найдите стороны параллелограмма, если $ВК = 12$, $АК = 5$, $ВД = 15$.

Вариант II.

1. В треугольнике $АВС$ $\angle В = 45°$, высота делит сторону $ВС$ на отрезки $ВN = 8$ см, $NC = 6$ см. Найдите площадь треугольника $АВС$ и сторону $АС$.

2. Диагональ прямоугольника равна 52 мм, а стороны относятся как 5 : 12. Найти его периметр.

Вариант III (для более подготовленных учащихся).

1. В треугольнике $АВС$ $\angle А = 30°$, $\angle В = 75°$, высота $ВД$ равна 6 см. Найдите площадь треугольника $АВС$.

2. Высота $ВК$ ромба $АВСД$ делит сторону $АД$ на отрезки $АК = 6$ см, $КД = 4$ см. Найдите площадь ромба и его диагонали.

Вариант IV (для очень слабо подготовленных учащихся).

1. Дан прямоугольный треугольник $ОМК$ ($\angle К = 90°$). Запишите теорему Пифагора для этого треугольника и найдите сторону $МК$, если $ОК = 15$ см, $ОМ = 17$ см.

2. В прямоугольнике проведена диагональ. Найдите длину диагонали, если известны стороны прямоугольника 8 см и 15 см.

IV. Итоги урока.

Домашнее задание: подготовиться к контрольной работе; № 518 (а), 519, 521.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

(1 час)

Цель: проверить знания, умения и навыки учащихся решать задачи по теме «Площадь. Теорема Пифагора».

Ход урока

I. Организация учащихся на выполнение работы.

II. Выполнение работы по вариантам.

Вариант I.

1. Смежные стороны параллелограмма равны 32 см и 26 см, а один из его углов равен 150°. Найдите площадь параллелограмма.

2. Площадь прямоугольной трапеции равна 120 см^2, а ее высота равна 8 см. Найдите все стороны трапеции, если одно из оснований больше другого на 6 см.

3. На стороне *АС* данного треугольника *АВС* постройте точку *Д* так, чтобы площадь треугольника *АВД* составила одну треть площади треугольника *АВС*.

Вариант II.

1. Одна из диагоналей параллелограмма является его высотой и равна 9 см. Найдите стороны этого параллелограмма, если его площадь равна 108 см^2.

2. Найдите площадь трапеции *АВСД* с основаниями *АД* и *ВС*, если $AB = 12$ см, $BC = 14$ см, $AД = 30$ см, $\angle B = 150°$.

3. На продолжении стороны *KN* данного треугольника *KMN* постройте точку *P* так, чтобы площадь треугольника *NMP* была в два раза меньше площади треугольника *KMN*.

Вариант III (для более подготовленных учащихся).

1. Стороны параллелограмма равны 12 см и 8 см, а угол между высотами, проведенными из вершины тупого угла, равен 30°. Найдите площадь параллелограмма.

2. Середина *M* боковой стороны *СД* трапеции *АВСД* соединена отрезками с вершинами *A* и *B*. Докажите, что площадь треугольника *ABM* в два раза меньше площади данной трапеции.

3. Точки A_1, B_1, C_1 лежат соответственно на сторонах *BC, AC, AB* треугольника *ABC*, причем $AB_1 = \frac{1}{3}AC$, $CA_1 = \frac{1}{3}CB$, $BC_1 = \frac{1}{3}BA$. Найдите площадь треугольника $A_1B_1C_1$, если площадь треугольника *ABC* равна 27 см^2.

III. Итоги урока.

Домашнее задание: повторить свойства пропорций.

Глава VII. ПОДОБНЫЕ ТРЕУГОЛЬНИКИ
(19 часов)

Основная цель – сформировать понятие подобных треугольников, выработать умение применять признаки подобия треугольников, сформировать аппарат решения прямоугольных треугольников.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОДОБНЫХ ТРЕУГОЛЬНИКОВ (§ 1)
(2 часа)

Урок 1

Цели: дать определение пропорциональных отрезков, рассмотреть свойство биссектрисы треугольника и применение этого свойства при решении задач.

Ход урока

I. Анализ контрольной работы.

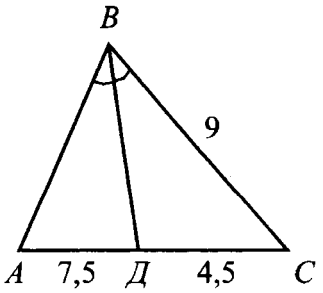
1. Сообщение итогов контрольной работы.
2. Ошибки, допущенные учащимися в ходе работы.
3. Решение на доске задач, вызвавших затруднения у учащихся.

II. Изучение нового материала.

1. Ввести понятие пропорциональных отрезков.
2. Решить устно № 533, 534 (а, б).
3. Разобрать решение задачи № 535 (свойство биссектрисы треугольника).

III. Закрепление изученного материала.

№ 536 а.



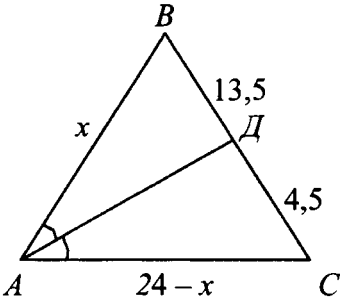
Решение.

1) По свойству биссектрисы треугольника

$$\frac{AB}{АД}=\frac{BC}{ДС};\ \frac{AB}{7,5}=\frac{9}{4,5}$$

$$AB=\frac{9\cdot 7,5}{4,5}=15\ (\text{см}).$$

№ 538.



1) $P_{ABC} = AB + BC + AC$

$42 = AB + AC + 13,5 + 4,5$

$AB + AC = 24.$

2) Пусть $AB = x$, тогда

$AC = 24 - x.$

3) По свойству биссектрисы треугольника

$$\frac{AB}{ВД} = \frac{AC}{ДС};\ \frac{x}{13,5} = \frac{24-x}{4,5}$$

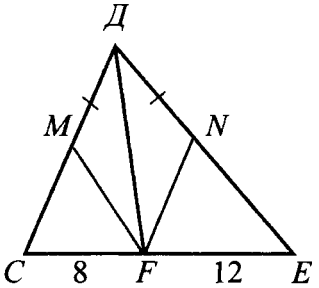
$4,5x = 13,5\ (24 - x)$

$18x = 324$

$x = 18.$

$AB = 18$ см, $AC = 6$ см.

№ 540.



1) $P_{СДЕ} = СД + ДЕ + СЕ$

$55 = СД + ДЕ + 20$

$СД + ДЕ = 35.$

2) Пусть $СД = x$, $ДЕ = 35 - x.$

3) Диагональ $ДF$ является биссектрисой угла $СДЕ$ по свойству ромба.

4) По свойству биссектрисы треугольника

$$\frac{СД}{CF} = \frac{ДЕ}{FE};\ \frac{x}{8} = \frac{35-x}{12}$$

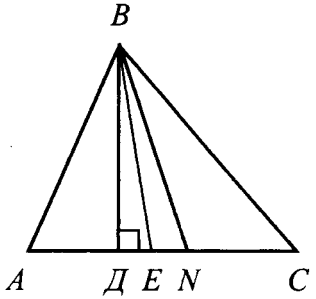
$12x = 8\ (35 - x)$

$20x = 8 \cdot 35$

$$x = \frac{8 \cdot 35}{20} = 14.$$

$СД = 14$ см, $ДЕ = 21$ см.

Задача. Из одной вершины треугольника проведены биссектриса, высота и медиана, причем высота равна 12 см и делит сторону на отрезки, равные 9 см и 16 см. Найдите стороны треугольника и отрезки, на которые данную сторону делят основания биссектрисы и медианы.



Решение.

1) *ВД* – высота, *BN* – медиана и *BE* – биссектриса.

2) Треугольники *СВД, АВД* – прямоугольные.

$AB^2 = АД^2 + ВД^2$ и $BC^2 = ВД^2 + ДС^2$

$AB = \sqrt{81+144} = 15$ (см)

$BC = \sqrt{144+256} = 20$ (см)

3) $AC = АД + ДС = 9 + 16 = 25$.

Пусть $AE = x$, тогда $EC = 25 - x$

4) По свойству биссектрисы треугольника

$\frac{AB}{AE} = \frac{BC}{EC}$; $\frac{15}{x} = \frac{20}{25-x}$;

$20x = 15 \cdot 25 - 15x$

$35x = 15 \cdot 25$

$x = \frac{15 \cdot 25}{35} = \frac{75}{7}$

$AE = 10\frac{5}{7}$ см, $EC = 14\frac{2}{7}$ (см).

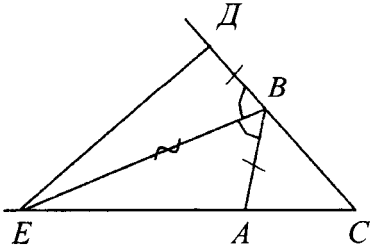
5) $AN = NC = \frac{25}{2} = 12{,}5$ (см).

IV. Итоги урока.

Домашнее задание: вопросы 1 и 2, с. 160; № 534 (в), 535, 536 (б), 537, 539; повторить теорему об отношении площадей треугольников с равным углом.

Для желающих.

Докажите, что биссектриса внешнего угла треугольника *ABC* обладает аналогичным свойством, что и для внутреннего, т. е. если для внешнего угла *B* провести биссектрису до продолжения с прямой, содержащей противоположную сторону, то: $\frac{BC}{AB} = \frac{CE}{AE}$.



Решение.

1) Продолжим сторону *BC* за точку *B* на отрезок *ВД*, равный *AB*.

2) $\Delta ДBE = \Delta ABE$ по I признаку равенства треугольников, поэтому $ДE = AE$ и *EB* – биссектриса угла *ДEC*.

3) Тогда для треугольника $ДЕС$ имеем $\frac{BC}{ДВ}=\frac{CE}{ДЕ}$, поскольку $AE = ДЕ$ и $ДВ = AB$, получили $\frac{BC}{AB}=\frac{CE}{AE}$.

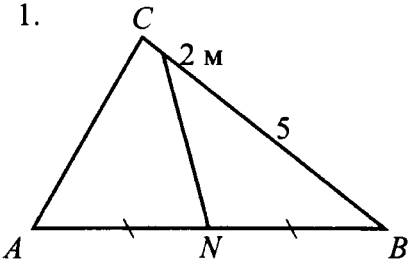
Урок 2

Цели: ввести определение подобных треугольников; доказать теорему об отношении площадей подобных треугольников и рассмотреть применение их при решении задач.

Ход урока

I. Проверка домашнего задания.

1.



Устно:

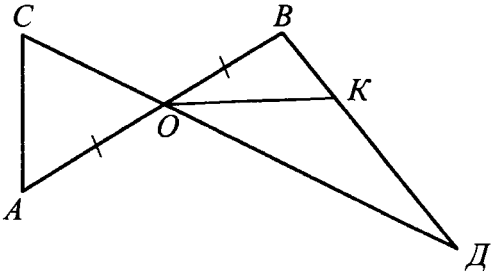
$S_{\Delta BMN} = 7$ см^2.

S_{ABC} – ?

Ответ: $\frac{10\cdot 2}{5\cdot 1}=\frac{S_{ABC}}{7}$

$S_{ABC} = 28$ см^2.

2.



$\frac{BK}{КД}=\frac{1}{3}$ $\frac{CO}{ОД}=\frac{2}{3}$

$S_{AOC} = 4$ см^2.

S_{BOK} – ?

1) $\frac{CO\cdot AO}{BO\cdot ДО}=\frac{S_{OAC}}{S_{BOД}}$; $\frac{2}{3}=\frac{4}{S_{BOД}}$; $S_{BOД}=6$ см^2;

2) $\frac{BO\cdot ДВ}{BO\cdot BK}=\frac{S_{BOД}}{S_{BOK}}$; $\frac{4}{1}=\frac{6}{S_{BOK}}$; $S_{BOK}=1{,}5$ см^2.

II. Изучение нового материала.

1. Ввести определение подобных треугольников.
2. Решить задачи устно:

а) $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$, $\angle A = 30°$, $\angle B = 85°$, $\angle C = 65°$.

Чему равны $\angle A_1$, $\angle B_1$, $\angle C_1$?

б) $\Delta ABC \sim \Delta C_1A_1B_1$, $AB = 3$ см, $BC = 4$ см, $AC = 6$ см, $A_1B_1 = 12$ см. Вычислите B_1C_1 и A_1C_1.

Ответ: $B_1C_1 = 18$ см, $A_1C_1 = 9$ см.

3. Доказательство теоремы об отношении площадей подобных треугольников.

III. Закрепление изученного материала.

№ 544, 545, 548.

№ 545.

Решение.

$\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$

$$\left(\frac{AB}{A_1B_1}\right)^2 = \frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}};$$

Пусть $S_{A_1B_1C_1} = x$, тогда $S_{ABC} = x + 77$.

Имеем $\frac{36}{25} = \frac{x+77}{x}$;

$36x = 25x + 77 \cdot 25$

$11x = 77 \cdot 25$

$x = 7 \cdot 25$

$x = 175$.

Ответ: $S_{A_1B_1C_1} = 175$ см^2, $S_{ABC} = 252$ см^2.

№ 548.

Решение.

$\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$, тогда

$A_1B_1 = k\,AB$, $A_1C_1 = k\,AC$ и $B_1C_1 = k\,BC$, то получим

$P_{A_1B_1C_1} = k(AB + AC + BC) = k\,P_{ABC}$.

$$k = \frac{B_1C_1}{BC} = \frac{56}{1{,}4} = 40;\ \frac{P_{A_1B_1C_1}}{P_{ABC}} = 40.$$

IV. Итоги урока.

I. $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1 \Rightarrow \begin{matrix}\angle A = \angle A_1\\ \angle B = \angle B_1\\ \angle C = \angle C_1\end{matrix}$ и $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = k$

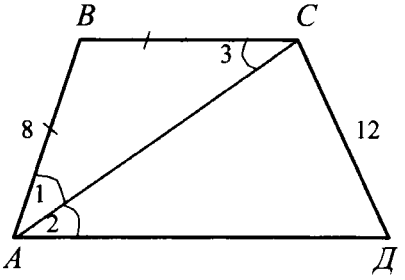
II. $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1 \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = k^2$.

III. $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1 \Rightarrow \frac{P_{ABC}}{P_{A_1B_1C_1}} = k$.

Домашнее задание: вопросы 3 и 4, с. 160; № 543, 546, 549.

Для желающих.

1. В трапеции *АВСД* (*АД* || *ВС*) *АС* – биссектриса угла *А* делит трапецию на два подобных треугольника *АВС* и *АСД*, *АВ* = 9 см, *СД* = 12 см. Найдите периметр трапеции.



Решение.

1) $\angle 2 = \angle 3$, как внутренние накрест лежащие углы при $BC \parallel АД$ и секущей AC.

2) ΔABC равнобедренный $AB = BC$.

3) $\Delta ABC \sim \Delta АСД \Rightarrow \dfrac{BC}{СД} = k$;

$k = \dfrac{8}{12} = \dfrac{2}{3}$.

4) $\dfrac{S_{ABC}}{S_{АСД}} = \dfrac{AB \cdot AC}{AC \cdot АД} = k^2$; $\dfrac{8}{АД} = \dfrac{4}{9}$; $АД = 18$.

5) $P_{АВСД} = 8 + 8 + 12 + 18 = 46$ (см).

2. Прямая *ДЕ*, параллельная стороне *АС* треугольника *АВС*, отсекает от него треугольник *ДВЕ*, стороны которого в четыре раза меньше сторон данного треугольника. Найдите площадь треугольника *АВС*, если площадь трапеции *АДЕС* равна 30 см^2.

Решение.

$\Delta ABC \sim \Delta ДВЕ$, $k = 4$.

Пусть $S_{ДВЕ} = x$, тогда $S_{ABC} = x + 30$,

имеем $\dfrac{S_{ABC}}{S_{ДВЕ}} = k^2$; $\dfrac{x+30}{x} = \left(\dfrac{4}{1}\right)^2$; $x + 30 = 16x$; $x = 2$.

$S_{ABC} = 32$ (см^2).

ПРИЗНАКИ ПОДОБИЯ ТРЕУГОЛЬНИКОВ (§ 2)

(5 часов)

Урок 1

Цели: доказать первый признак подобия треугольников.

Ход урока

I. Проверка домашнего задания.

1. № 543.

Решение.

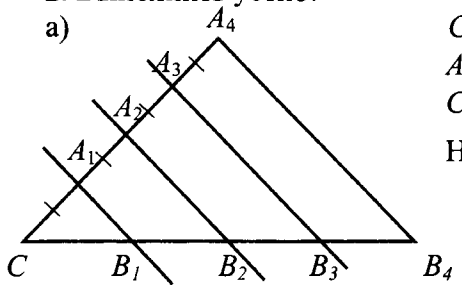
1) Пусть $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$, с коэффициентом подобия k, AH и A_1H_1 – высоты.

2) $\dfrac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = k^2$, $S_{ABC} = \dfrac{1}{2}BC \cdot AH$, $S_{A_1B_1C_1} = \dfrac{1}{2}B_1C_1 \cdot A_1H_1$, $k = \dfrac{BC}{B_1C_1}$.

3) Имеем $\dfrac{BC \cdot AH}{B_1C_1 \cdot A_1H_1} = \left(\dfrac{BC}{B_1C_1}\right)^2$ или $\dfrac{AH}{A_1H_1} = \dfrac{BC}{B_1C_1}$.

2. Выполнить устно:

а)



$CA_1 = A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4$

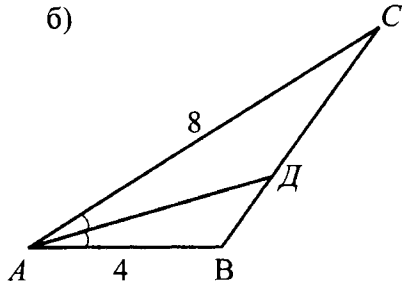
$A_1B_1 \parallel A_2B_2 \parallel A_3B_3 \parallel A_4B_4$

$CB_4 = 12$ см, $S_{A_4B_4C} = 32$ см^2.

Найдите а) B_1B_2, B_2B_4.

б) $S_{A_3B_3C}$.

б)

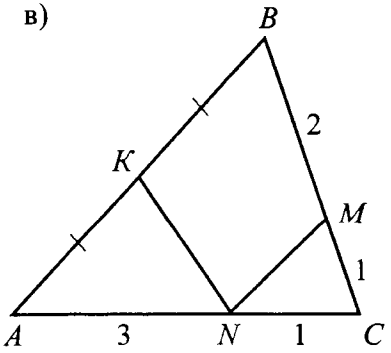


$BC = 6$ см

Найти: а) $ВД$ и $СД$

б) $S_{АСД} : S_{АВД}$.

в)



$S_{ABC} = 36$ см^2.

Найти: а) S_{CMN};

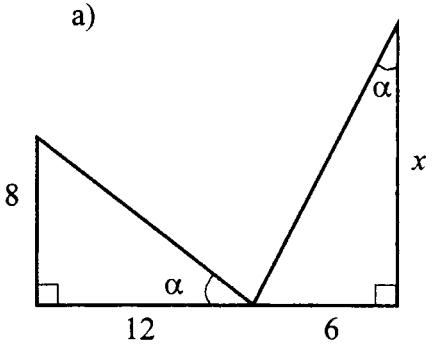
б) S_{AKN};

в) S_{BMNK}.

II. Изучение нового материала.
Доказательство первого признака подобия треугольников.

III. Закрепление изученного материала.
№ 550.

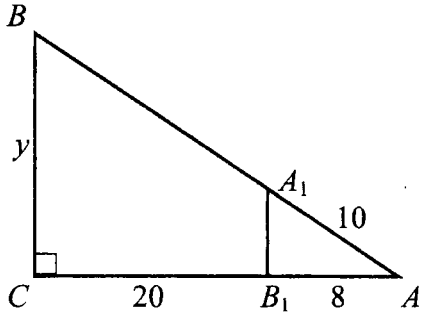
а)



Решение.
Данные прямоугольные треугольники подобны (по двум углам).

$$\frac{8}{6}=\frac{12}{x};\ x=\frac{12\cdot 6}{8}=9$$

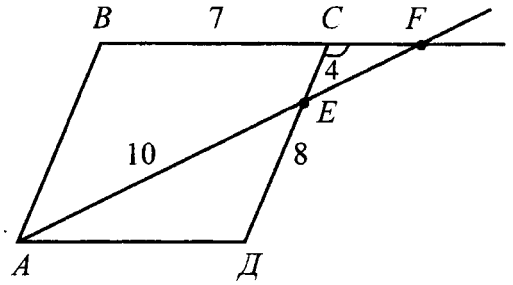
б)



$$A_1B_1=\sqrt{100-64}=6.$$

$$\frac{y}{6}=\frac{28}{8};\ 8y=28\cdot 6;\ y=21.$$

№ 551 (а).



1) $\Delta FBA \sim \Delta FCE$ (по двум углам), т. к. $\angle FCE = \angle CBA$ как соответственные при $СД \parallel AB$ и секущей $СД$.
$\angle CFE$ – общий.

2) $\frac{CF}{BF}=\frac{CE}{AB}$, $CF=x$,

$$\frac{x}{7+x}=\frac{4}{12};\ 12x=4x+28;\ x=3{,}5$$

$CF=3{,}5$ см.

2) $CF=y$, $\frac{CE}{AB}=\frac{FE}{FA}$; $\frac{4}{12}=\frac{y}{y+10}$;

$12y=4y+40$; $y=5$.

$EF = 5$ см.

№ 553 (а), 561 – устно.

IV. Итоги урока.

1. Для того чтобы записать пропорциональность сторон подобных треугольников, нужно:

1) выяснить, при каких вершинах углы равны;

2) определить, какие стороны являются сходственными (лежат против равных углов);

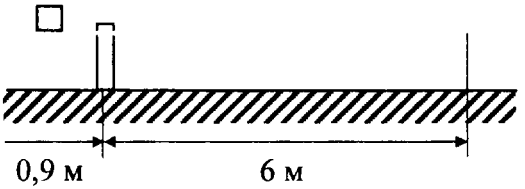
3) записать пропорцию, где в числителях – стороны одного треугольника, в знаменателях – сходственные им стороны другого.

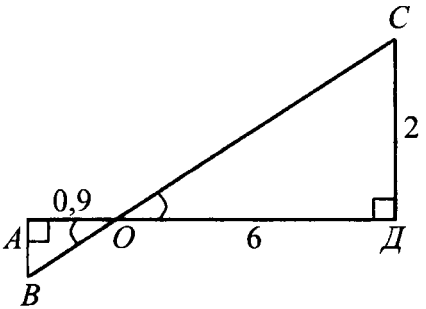
2. В подобных треугольниках сходственные стороны пропорциональны сходственным высотам.

Домашнее задание: вопросы 1–5, с. 160; № 551 (б), 552 (а), 553 (б).

Для желающих.

На чертеже изображен шлагбаум, закрывающий проезд через железнодорожное полотно. На сколько опустится короткий конец шлагбаума, если больший поднимается на 2 м?





Решение.

$\Delta ABO \sim \Delta ДСО.$

$\frac{СД}{AB} = \frac{ОД}{OA}; \quad \frac{2}{AB} = \frac{6}{0,9};$

$6AB = 2 \cdot 0,9; \quad AB = 0,3.$

Урок 2

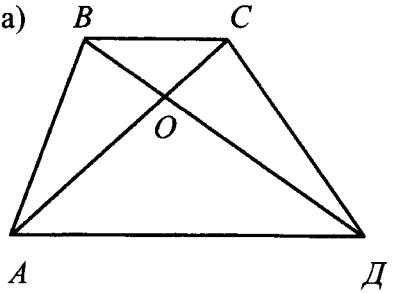
Цели: закрепить знания учащихся в ходе решения задач.

Ход урока

I. Проверка домашнего задания.

Устно: Найти пары подобных треугольников:

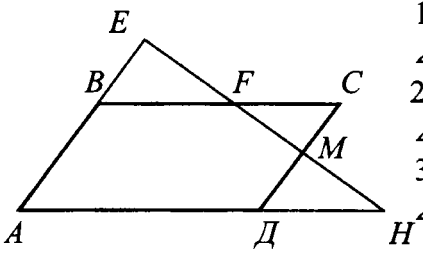
а)



По этому же чертежу можно проверить решение домашней за дачи № 552 (а).

АВСД – трапеция.

б)



Ответ:

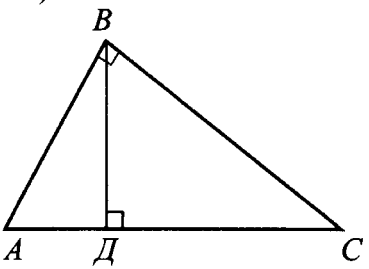
1) $\Delta BEF \sim \Delta CMF$, т. к.
$\angle EFB = \angle CFM$ и $\angle EBF = \angle FCM$.

2) $\Delta FCM \sim \Delta HCM$, т. к.
$\angle FMC = \angle ДMH$ и $\angle FCM = \angle MДH$.

3) $\Delta BEF \sim \Delta ДMH$, т. к.
$\angle EFB = \angle MHД$ и $\angle BEF = \angle ДMH$.

АВСД – параллелограмм.

в)



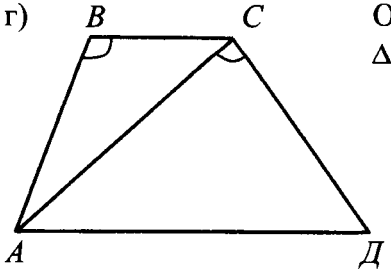
Ответ:

1) $\Delta AВД \sim \Delta ACB$

2) $\Delta ABC \sim \Delta ВДC$

3) $\Delta AВД \sim \Delta ВДC$.

г)



Ответ:

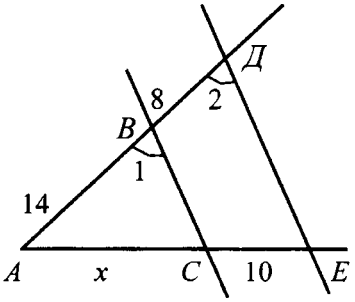
$\Delta ABC \sim \Delta ДCA$.

II. Решение задач.

1. № 556 (решена в учебном пособии).
2. № 557 (а, б).

Решение.

а)



$\angle 1 = \angle 2$ как соответственные при $BC \parallel ДЕ$ и секущей $АД$.

$\angle A$ – общий для треугольников ABC и $АДЕ$.

$\Delta ABC \sim \Delta АДЕ$ (по двум углам)

$\frac{АД}{AB} = \frac{AE}{AC}$; $AB = АД = ВД$.

$\frac{22}{14} = \frac{x+10}{x}$; $22x = 14x + 140$; $x = 17{,}5$.

$AC = 17{,}5$ см.

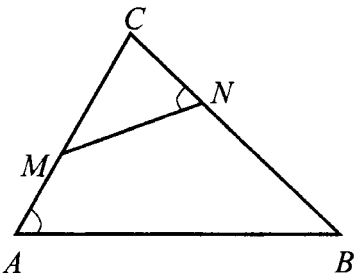
б) $\frac{АД}{AB} = \frac{AE}{AC}$; $ВД = x$; $ДЕ = y$;

$\frac{10+x}{10} = \frac{12}{8}$; $x = 5$; $ВД = 5$ см.

$\frac{AE}{AC} = \frac{ДЕ}{BC}$; $\frac{12}{8} = \frac{y}{4}$; $y = 6$; $BC = 6$ см.

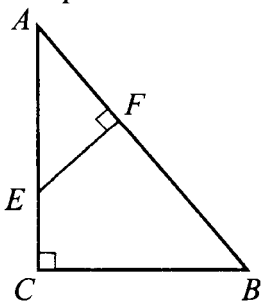
III. Самостоятельная работа обучающего характера.

Вариант I.



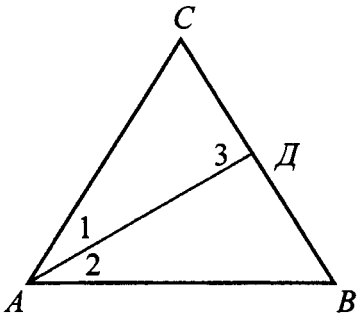
$BC = 12$ см, $CM = 6$ см, $CN = 4$ см.
Найдите AC.

Вариант II.



$BC = 12$ см, $AE = 10$ см, $EF = 6$ см.
Найдите AB.

Вариант III.



$\angle 3 = \angle 1 + \angle 2$, $СД = 4$ см, $BC = 9$ см. Найдите AC.

Решение полезно проверить на этом же уроке с помощью закрытой доски.

Вариант I.

$\Delta ACB \sim \Delta NCM$ ($\angle C$ – общий, $\angle N = \angle A$).

$\frac{AC}{NC} = \frac{BC}{CM}$; $\frac{AC}{4} = \frac{12}{6}$; $AC = 8$ (см).

Вариант II.

$\Delta ACB \sim \Delta AFE$ ($\angle A$ – общий, $\angle F = \angle C$).

$\frac{AB}{AE} = \frac{BC}{FE}$; $\frac{AB}{10} = \frac{12}{6}$; $AB = 20$ (см).

Вариант III.

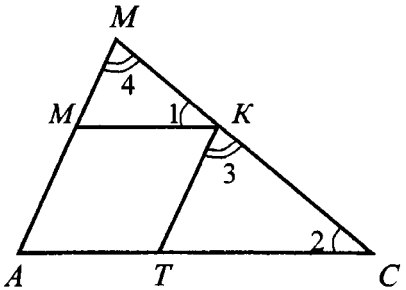
$\Delta АСД \sim \Delta BCA$ ($\angle C$ – общий, $\angle 3 = \angle 2 + \angle B$, $\angle 3 = \angle 2 + \angle 1 \Rightarrow$ $\Rightarrow \angle B = \angle 1$).

$\frac{СД}{AC} = \frac{AC}{BC}$; $AC^2 = СД \cdot BC$; $AC^2 = 36$, $AC = 6$.

IV. Итоги урока.

Домашнее задание: вопросы 1–5, с. 160; № 557 (в), 558.

Для желающих.



$AMKT$ – параллелограмм, $TK : MK = 6 : 5$, $AB = 20$; $AC = 25$. Найти AT.

Решение.

$\angle 1 = \angle 2$ как соответственные углы при $MK \parallel AC$ и секущей BC.

$\angle 4 = \angle 3$ как соответственные углы при $AB \parallel TK$ и секущей BC.
$\Delta MBK \sim \Delta TKC$ (по двум углам).
Пусть $TK = 6x$, $MK = 5x$.

$$\frac{MK}{TC} = \frac{MB}{TK};\ \frac{5x}{25-5x} = \frac{20-6x}{6x};\ 30x^2 = 500 - 250x + 30x^2;\ x = 2.$$

$AT = 10$.

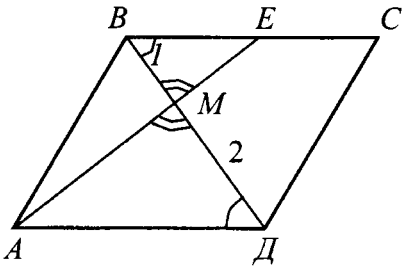
Урок 3

Цели: доказать второй признак подобия треугольников, рассмотреть решение задач с применением изученных признаков подобия.

Ход урока

I. Проверка домашнего задания (и анализ самостоятельной работы, если не успели на предыдущем уроке).

Выполнить устно:



$ABCД$ – параллелограмм
$ДM = 2$, $BE : EC = 1 : 4$.
Найти: $BД$.
Решение.
$BC = AB$, тогда $BE : AД = 1 : 5$.
$\Delta BEM \sim \Delta ДMA$ по двум углам.

$$\frac{BE}{AД} = \frac{BM}{MД};\ \frac{1}{5} = \frac{BM}{2};\ BM = 0{,}4.$$

II. Объяснение нового материала.

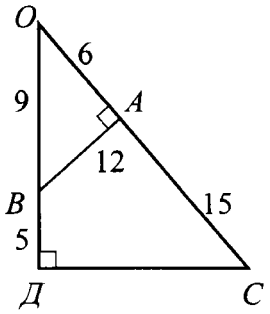
Доказательство второго признака подобия треугольников.

III. Закрепление изученного материала.

Решение задач.

1. Докажите, что два прямоугольных треугольника подобны, если катеты одного из них пропорциональны катетам другого.

2. $OA = 6$ см, $AC = 15$ см, $OB = 9$ см, $BД = 5$ см, $AB = 12$ см. Найдите $CД$.



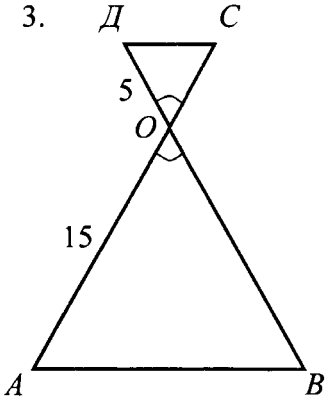
Решение.
1) $OД = OB + BД = 9 + 5 = 14$ (см).
$OC = OA + AC = 6 + 15 = 21$ (см).
2) Угол O общий для треугольников BOA и $COД$.

$$\frac{OB}{OC} = \frac{9}{21} = \frac{3}{7};\ \frac{OA}{OД} = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}.$$

$\Delta BOA \sim \Delta COД$ по II признаку подобия треугольников.

3) $\frac{AB}{ДC} = \frac{3}{7}$; $\frac{12}{ДC} = \frac{3}{7}$; $ДC = 28$ (см).

3.



$OA = 15$ см; $OД = 5$ см;
$CO : OB = 1 : 3$, $AB + CД = 24$ см.
Найдите AB и $CД$.

Решение.

1) В треугольниках $ДOC$ и AOB угол O – общий и $\frac{ДO}{OA} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$ и $\frac{CO}{OB} = \frac{1}{3}$.

$\Delta ДOC \sim \Delta AOB$ по II признаку подобия треугольников.

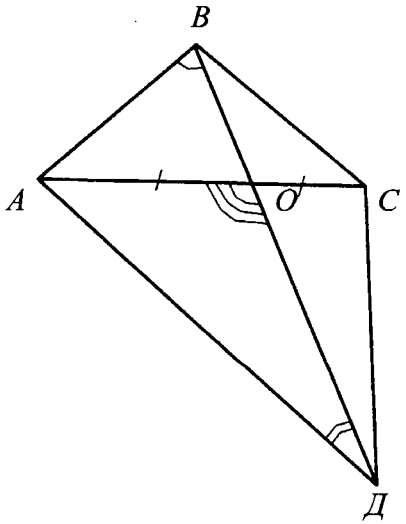
2) Пусть $ДC = x$, тогда $AB = 24 - x$

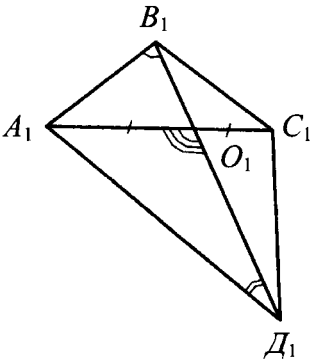
3) $\frac{ДC}{AB} = \frac{1}{3}$; $\frac{x}{24 - x} = \frac{1}{3}$; $3x = 24 - x$; $x = 6$.

4) $ДC = 4$ см, $AB = 20$ см.

4. В четырехугольниках $ABCД$ и $A_1B_1C_1Д_1$ диагонали пересекаются в точках O и O_1, причем $AO = OC$ и $A_1O_1 = O_1C_1$, $\angle AOД = \angle A_1O_1Д_1$,. $\angle AДO = \angle A_1Д_1O_1$ и $\angle ABO = \angle A_1B_1O_1$.

Докажите, что $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$.





Решение.

1) Так как $\angle АОД = \angle А_1О_1Д_1$ и $\angle АДО = \angle А_1Д_1О_1$; то

$\Delta АОД \sim \Delta А_1О_1Д_1 \Rightarrow \dfrac{АО}{А_1О_1} = \dfrac{АД}{А_1Д_1}$, но по условию $АО = ОС$ и

$А_1О_1 = О_1С_1$, то $\dfrac{АС}{А_1С_1} = \dfrac{АД}{А_1Д_1}$.

2) Так как $\angle АВО = \angle А_1В_1О_1$ и $\angle АДО = \angle А_1Д_1О_1$; то

$\Delta АВД \sim \Delta А_1В_1Д_1$ и $\dfrac{АВ}{А_1В_1} = \dfrac{АД}{А_1Д_1}$.

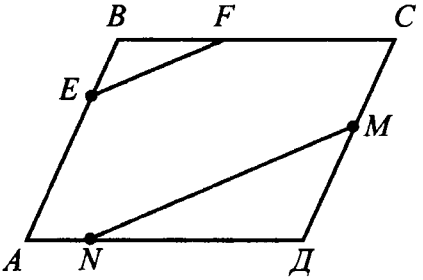
3) Имеем $\dfrac{АВ}{А_1В_1} = \dfrac{АД}{А_1Д_1} = \dfrac{АС}{А_1С_1}$ $\left(\text{т. е. } \dfrac{АВ}{А_1В_1} = \dfrac{АС}{А_1С_1}\right)$

и $\angle ВАС = \angle В_1А_1С_1$, отсюда $\Delta АВС \sim \Delta А_1В_1С_1$.

IV. Итоги урока.

Домашнее задание: вопрос 6, с. 160; № 559.

№ 559.



$АВСД$ – параллелограмм.

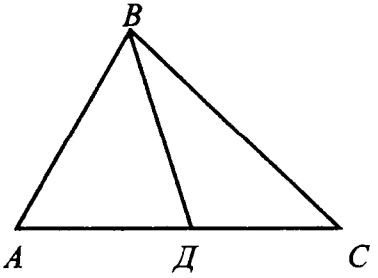
$\dfrac{ЕВ}{ВF} = \dfrac{ДМ}{ДN}$.

Доказать, что $\angle ВЕF = \angle NМД$.

Для желающих.

В треугольнике $АВС$ точка $Д$ лежит на стороне $АС$, $ДС = а$, $АС = в$, $ВС = \sqrt{ав}$.

Докажите, что $\angle ВАС = \angle ДВС$.



Решение.

1) Рассмотрим $\Delta ВДС$ и $АВС$.

$\dfrac{ВС}{АС} = \dfrac{\sqrt{ав}}{в} = \dfrac{\sqrt{а}}{\sqrt{в}}$;

$\dfrac{ДС}{ВС} = \dfrac{а}{\sqrt{ав}} = \dfrac{\sqrt{а}}{\sqrt{в}}$;

имеем $\frac{BC}{AC} = \frac{ДС}{BC}$ и угол C общий, т. е. по II признаку подобия треугольников $\Delta ВДС \sim \Delta ABC$.

2) $\angle BAC = \angle ДBC$ как соответственные в подобных треугольниках.

Урок 4

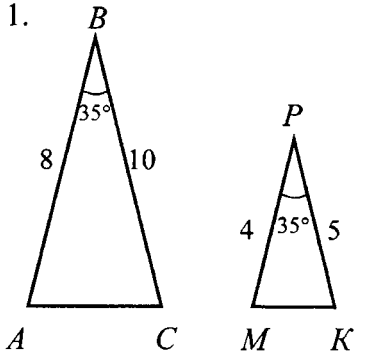
Цели: доказать третий признак подобия треугольников, рассмотреть решение задач с применением изученных признаков подобия.

Ход урока

I. Проверка домашнего задания.

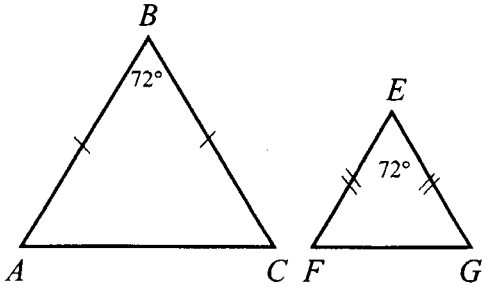
Выполнить устно:

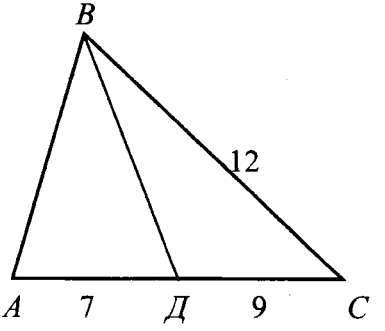
1. Подобны ли треугольники ABC и MPK?



2. Подобны ли треугольники ABC и FEG?

3. Найти подобные треугольники.





Ответ: $\Delta ABC \sim \Delta ВДС$.

4. Можно ли утверждать:

1) Что все равнобедренные треугольники подобны?

2) Все прямоугольные равнобедренные треугольники подобны?

3) Все равносторонние треугольники подобны?

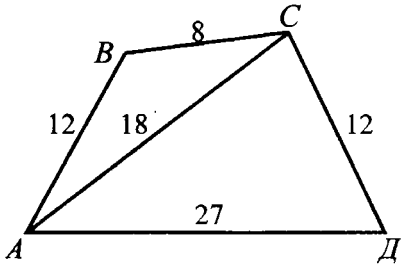
II. Изучение нового материала.

Доказательство третьего признака подобия треугольников.

III. Закрепление изученного материала.

Выполнить задание (устно).

1. Найти подобные треугольники:



Решение.

Рассмотрим ΔABC и $\Delta AСД$.

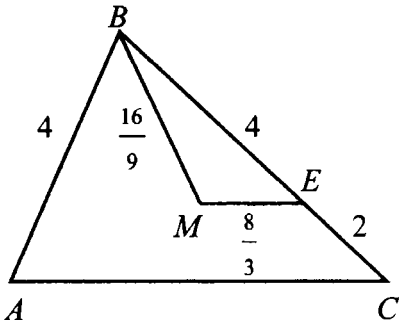
$$\frac{AC}{AД}=\frac{18}{27}=\frac{2}{3}$$

$$\frac{BC}{СД}=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$$

$$\frac{AB}{AC}=\frac{12}{18}=\frac{2}{3}$$

$\Delta ABC \sim \Delta AСД$.

2. В треугольнике ABC $AB = 4$, $BC = 6$, $AC = 9$. Точка E лежит на стороне BC. Внутри треугольника взята точка M так, что $MB = 1\frac{7}{9}$, $ME = 2\frac{2}{3}$, $CE = 2$. Докажите, что $ME \parallel AC$.



Решение.

1) Рассмотрим ΔABC и ΔBME.

$$\frac{BE}{AC}=\frac{4}{9};\ \frac{BM}{AB}=\frac{16}{9\cdot 4}=\frac{4}{9}.$$

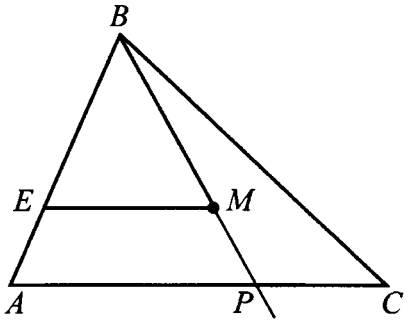
$$\frac{ME}{BC}=\frac{8}{3\cdot 6}=\frac{4}{9}.$$

По третьему признаку подобия треугольников $\Delta ABC \sim \Delta BME$.

2) $\angle BEM = \angle BCA$ как углы подобных треугольников.

3) $ME \parallel AC$, так как соответственные углы $\angle BEM = \angle BCA$ при секущей BC.

3. В треугольнике ABC $AB = 4$, $BC = 6$, $AC = 7$. Точка E лежит на стороне AB. Внутри треугольника взята точка M так, что $MB = 5\frac{1}{4}$, $ME = 4\frac{1}{2}$, $AE = 1$. Прямая BM пересекает AC в точке P. Докажите, что ΔAPB равнобедренный.



Решение.

1) Рассмотрим ΔBAC и ΔEBM.

$$\frac{MB}{AC}=\frac{21}{4\cdot 7}=\frac{3}{4}$$

$$\frac{ME}{BC}=\frac{9}{2\cdot 6}=\frac{3}{4}$$

$$\frac{BE}{AB}=\frac{3}{4}.$$

2) $\Delta BAC \sim \Delta EBM$ по третьему признаку подобия треугольников.

3) $\angle EBM = \angle BAC$ как соответственные углы подобных треугольников.

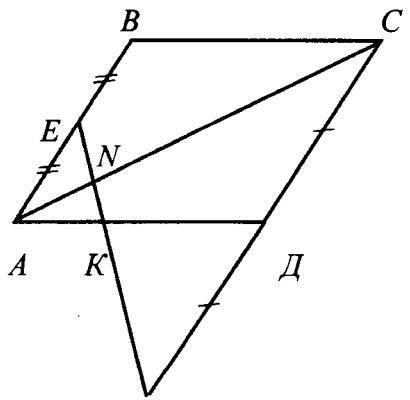
4) ΔABP равнобедренный.

IV. Итоги урока.

Домашнее задание: вопросы 1–6, с. 160; № 560 (а), 613.

Для желающих.

Сторона *СД* параллелограмма *АВСД* продолжена за точку *Д* на отрезок *ДF*, равный стороне *СД*, и точка *F* соединена отрезком с серединой *E* стороны *AB*. Доказать, что отрезок *FE* отсекает от диагонали *AC* пятую часть, а от стороны *АД* – третью часть.



Решение.

1) $AE=\frac{1}{2}AB$, $AE=\frac{1}{4}FC$

2) $\Delta AEN \sim \Delta CFN$.

$\frac{AE}{FC}=\frac{AN}{NC}=\frac{1}{4}$, т. е. AN - пятая часть диагонали AC.

3) $\Delta AEK \sim \Delta ДFK$.

$\frac{AE}{ДF}=\frac{AK}{KД}=\frac{1}{2}$, т. е. AK – третья часть стороны $АД$.

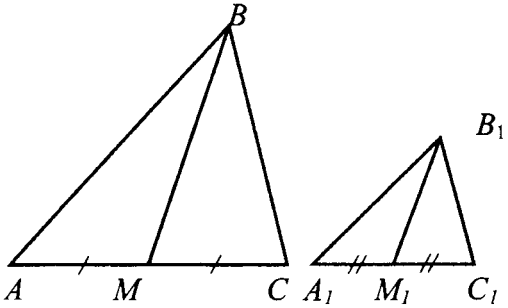
Урок 5

Цели: закрепить изученный материал в ходе решения задач, проверить навыки решения задач с помощью признаков подобия.

Ход урока

I. Проверка домашнего задания.

№ 613 (а) (по готовому чертежу проверить решение).



Решение.

1) $\Delta ABM \sim \Delta A_1B_1M_1$ (по третьему признаку подобия треугольников), т. к. по условию.

$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = \frac{BM}{B_1M_1}$ и

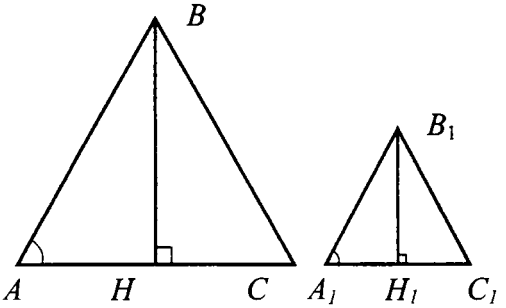
$AM = MC$ и $A_1M_1 = M_1C_1$,

поэтому $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AM}{A_1M_1} = \frac{BM}{B_1M_1}$.

2) $\angle A = \angle A_1$.

3) $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$ по второму признаку подобия треугольников.

№ 613 (б).



Решение.

1) $\Delta ABH \sim \Delta A_1B_1H_1$ по первому признаку подобия треугольников.

Имеем $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BH}{B_1H_1}$

2) По условию $\frac{AC}{A_1C_1} = \frac{BH}{B_1H_1}$

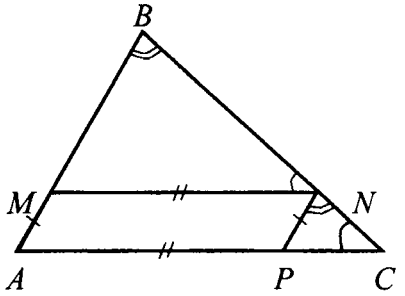
поэтому $\frac{AC}{A_1C_1} = \frac{AB}{A_1B_1}$.

3) $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$ по второму признаку подобия треугольников.

II. Решение задач.

№ 554 (устно).

№ 555 (а).



1) Пусть x – коэффициент пропорциональности, тогда $MN = AP = 3x$, а $AM = NP = 2x$.

2) $\Delta MBN \sim \Delta PNC$ по I признаку подобия треугольников

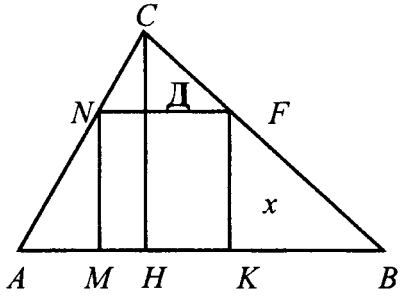
($\angle MBN = \angle PNC$ при $AB \parallel PN$ и секущей BC, $\angle MNB = \angle PCN$ при $MN \parallel AC$ и секущей BC).

Имеем: $\frac{MB}{NP} = \frac{MN}{PC}$; $\frac{10-2x}{2x} = \frac{3x}{15-3x}$;

$150 - 30x - 30x + 6x^2 = 6x^2$; $x = 2{,}5$.

$MN = AC = 3 \cdot 2{,}5 = 7{,}5$ (см), $AM = NP = 2 \cdot 2{,}5 = 5$ (см).

№ 562 (без записи в тетрадь по готовому чертежу).



1) Пусть $NF = FK = MK = MN = x$.

2) $\Delta CFN \sim \Delta CBA$ по I признаку подобия треугольников.

3) Воспользоваться решением задачи № 543, т. е. утверждением: в подобных треугольниках сходственные стороны пропорциональны сходственным высотам.

4) Имеем $\frac{NF}{AB} = \frac{СД}{CH}$; $\frac{x}{a} = \frac{h-x}{h}$; $hx = ah - ax$; $x = \frac{ah}{h+a}$.

III. Самостоятельная работа (проверочная).

Вариант I.

1. Высота $СД$ прямоугольного треугольника ABC делит гипотенузу AB на части $АД = 16$ см и $ВД = 9$ см. Докажите, что $\Delta АСД \sim \Delta СВД$ и найдите высоту $СД$.

2. Точки M и N лежат на сторонах AC и BC треугольника ABC соответственно, $AC = 16$ см, $BC = 12$ см, $CM = 12$ см, $CN = 9$ см. Докажите, что $MN \parallel BC$.

Вариант II.

1. Высота $СД$ прямоугольного треугольника ABC отсекает от гипотенузу AB, равной 9 см, отрезок $АД$, равный 4 см. Докажите, что $\Delta ABC \sim \Delta АСД$ и найдите AC.

2. Диагонали AC и $ВД$ четырехугольника $АВСД$ пересекаются в точке O, $AO = 18$ см, $OB = 15$ см, $OC = 12$ см, $OД = 10$ см. Докажите, что $АВСД$ – трапеция.

Вариант III (для более подготовленных учащихся).

1. Диагональ AC трапеции $АВСД$ ($AB \parallel СД$) делит ее на два подобных треугольника. Найдите $S_{АВСД}$, если $AB = 25$ см, $BC = 20$ см $AC = 15$ см.

2. Угол B треугольника ABC и два раза больше угла A. Биссектриса угла B делит сторону AC на части $АД = 6$ см и $СД = 3$ см. Найдите стороны треугольника ABC.

IV. Итоги урока.

Домашнее задание: подготовиться к контрольной работе; № 555(б), 605; вопросы 1–7, с. 160.

Для желающих: № 611, 563.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3

(1 час)

Цели: проверить знания, умения и навыки учащихся по усвоению и применению изученного материала.

Ход урока

I. Краткий анализ самостоятельной работы и ее результаты.

II. Организация учащихся на выполнение работы.

III. Выполнение работы по вариантам.

Вариант I.

1. На рисунке 1 $AB \parallel СД$. а) Докажите, что $AO : OC = BO : OД$. б) Найдите AB, если $OД = 15$ см, $OB = 9$ см, $СД = 25$ см.

2. Найдите отношение площадей треугольников ABC и KMN, если $AB = 8$ см, $BC = 12$ см, $AC = 16$ см, $KM = 10$ см, $MN = 15$ см, $NK = 20$ см.

Вариант II.

1. На рисунке 2 $MN \parallel AC$. а) Докажите, что $AB \cdot BN = CB \cdot BM$. б) Найдите MN, если $AM = 6$ см, $BM = 8$ см, $AC = 21$ см.

2. Даны стороны треугольников PQR и ABC: $PQ = 16$ см, $QR = 20$ см, $PR = 28$ см и $AB = 12$ см, $BC = 15$ см, $AC = 21$ см. Найдите отношение площадей этих треугольников.

Вариант III (для более подготовленных учащихся).

1. Докажите, что прямая, проведенная через середины оснований трапеции, проходит через точку пересечения диагоналей трапеции и точку пересечения продолжения боковых сторон.

2. Даны отрезок AB и параллельная ему прямая a. Воспользовавшись утверждением, доказанным в задаче 1, разделите отрезок AB пополам при помощи одной линейки.

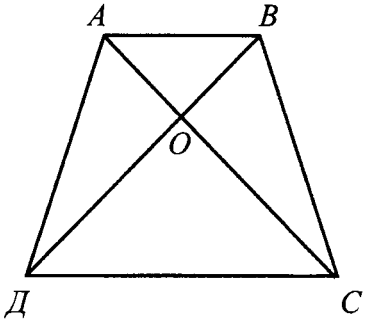


Рис. 1

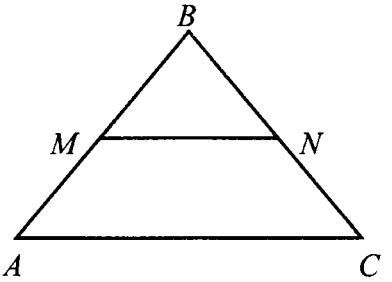


Рис. 2

IV. Итоги урока.

Домашнее задание: повторить § 2 главы VII и теорему Фалеса.

ПРИМЕНЕНИЕ ПОДОБИЯ К ДОКАЗАТЕЛЬСТВУ ТЕОРЕМ И РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ (§ 3)

(7 часов)

Урок 1

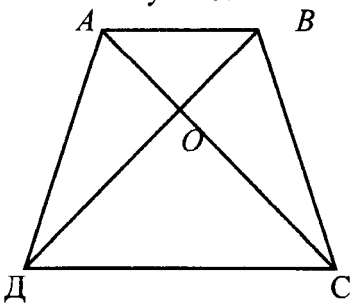
Цели: ввести определение средней линии треугольника, сформулировать и доказать теорему о средней линии треугольника; рассмотреть решение задач на применение этой теоремы и задачу о свойстве медиан треугольника.

Ход урока

I. Анализ контрольной работы.

II. Решение задач.

Решите устно:

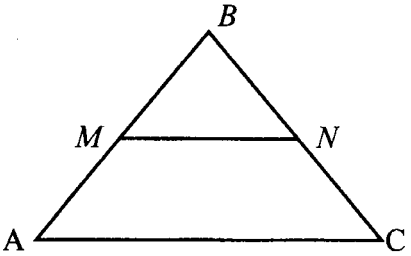


1. $AO : OC = BO : OД$. Докажите, что $ABCД$ – трапеция или параллелограмм.

Решение.

По второму признаку подобия треугольников $\Delta ABO \sim \Delta COД$, поэтому $\angle BAO = \angle OCД$, тогда $AB \parallel ДC$.

$ABCД$ – трапеция.



2. M и N – середины сторон AB и BC. Докажите, что $MN \parallel AC$.

Решение.

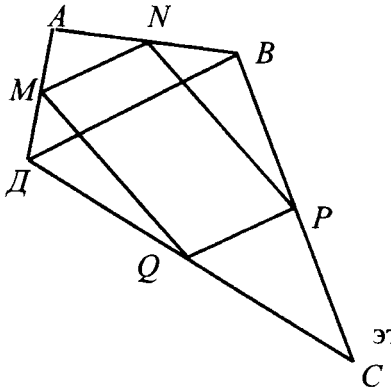
По второму признаку подобия треугольников $\Delta ABC \sim \Delta MBN$, поэтому $\angle BMN = \angle ABC$, тогда $MN \parallel AC$.

III. Объяснение нового материала.

1. Дать определение средней линии треугольника.
2. Сформулировать теорему о средней линии треугольника.
3. Доказательство теоремы можно предложить учащимся провести самостоятельно.

IV. Закрепление изученного материала.

1. № 564 (устно).
2. № 567.



Решение.

1) MN – средняя линия $\Delta ABД$.

$MN \parallel ДB$ и $MN = \frac{1}{2}ДB$.

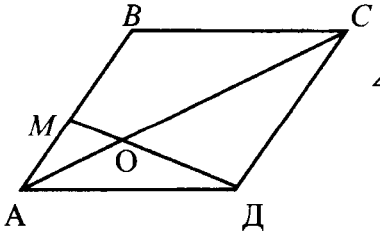
2) PQ – средняя линия $\Delta CBД$.

$PQ \parallel ДB$ и $PQ = \frac{1}{2}ДB$.

3) Имеем $MN \parallel ДB$ и $PQ \parallel ДB$, поэтому $MN \parallel PQ$.

4) Получили $MN \parallel PQ$ и $MN = PQ = \frac{1}{2}ДB$, следовательно, четырехугольник $MNPQ$ – параллелограмм.

3. Задача 1 из § 3, с. 146–147 учебного пособия.
4. № 570.



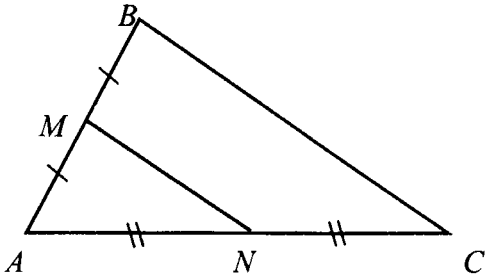
Решение.

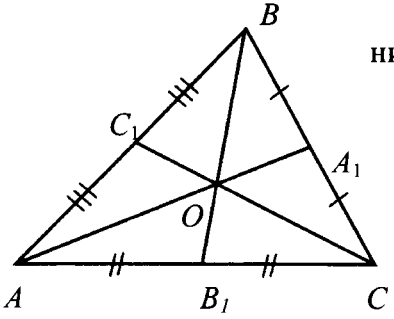
1) $\Delta AMO \sim \Delta СДO$ (по двум углам $\angle MAO = \angle ДCO$ и $\angle AOM = \angle COД$).

2) $\frac{AO}{OC} = \frac{AM}{ДC} = \frac{1}{2}$.

V. Итоги урока.

Если $AM = MB$ и $MN = NC$, то $MN \parallel BC$, $MN = \frac{1}{2}BC$.





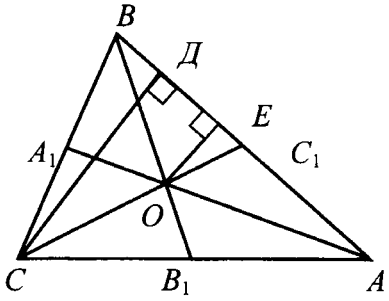
AA_1, CC_1, BB_1 – медианы треугольника ABC.

$$\frac{BO}{B_1O} = \frac{AO}{A_1O} = \frac{CO}{C_1O} = \frac{2}{1}$$

(считать от вершины).

Домашнее задание: вопросы 8, 9, с. 160; № 565, 566, 571.

№ 571.



Решение.

1) Пусть CC_1 – медиана треугольника ABC, $СД$ и OE – высоты треугольников ABC и AOB.

2) Так как $\frac{CC_1}{OC_1} = \frac{3}{1}$, то $\frac{СД}{OE} = \frac{3}{1}$,

т. е. $СД = 3 \cdot OE$.

3) $S_{ABC} = 3S_{AOB} = 3S$.

Урок 2

Цель: закрепить изученный материал в ходе решения задач.

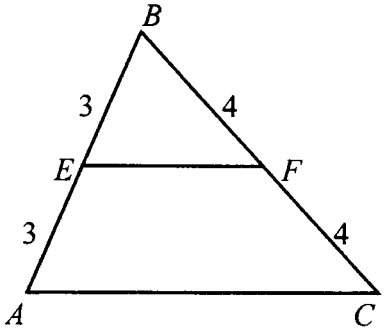
Ход урока

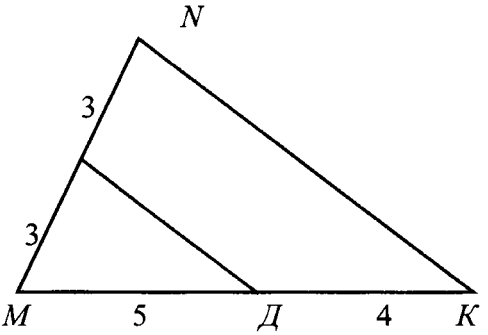
I. Проверка домашнего задания.

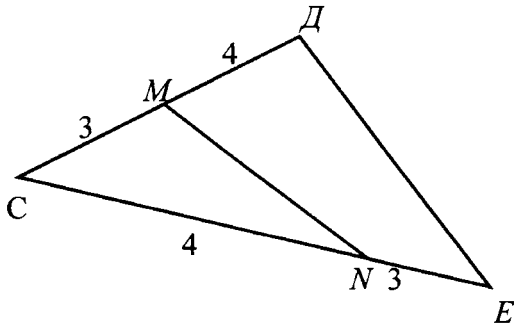
1. Три человека готовят решение задач № 565, № 566, № 571.

2. Остальные работают в это время устно:

1) Какие из отрезков являются средними линиями треугольника?

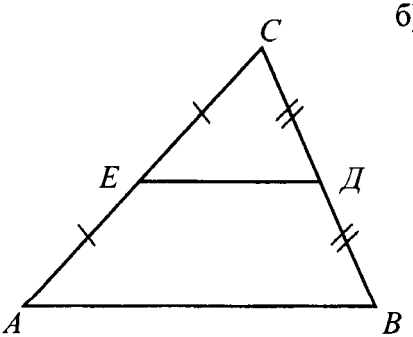






2) Сколько средних линий можно провести в треугольнике? Чему равен периметр полученного с помощью средних линий треугольника?

3)



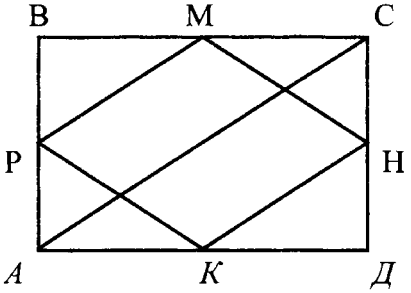
а) $ДЕ = 4$ см, $АВ$ – ?

б) $ДС = 3$ см, $ДЕ = 5$ см, $СЕ = 6$ см

$АВ$ – ?, $ВС$ – ?, $АС$ – ?

II. Решение задач.

№ 568 (а).



Решение.

1) $PM \parallel AC$ и $PM = \frac{1}{2}AC$.

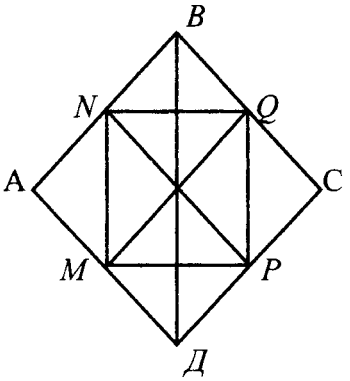
2) $KH \parallel AC$ и $KH = \frac{1}{2}AC$.

3) $PM \parallel KH$ и $PM = KH$, поэтому $PMHK$ – параллелограмм.

4) $\Delta PBM = \Delta HCM = \Delta HДK = \Delta PAK$ по двум катетам.

5) $PMHK$ – ромб.

№ 617.



Решение.

1) Аналогично доказывается, что $MNQP$ – параллелограмм,

2) $MQCД$ – параллелограмм, т. к. $MД = QC$, $MД \parallel QC$, поэтому $MQ = ДC$.

3) Аналогично в параллелограмме $NBCP$ $NP = BC$.

4) Имеем $MQ = ДC = BC = NP$.

5) Параллелограмм $MNQP$ – прямоугольник.

III. Проверочная самостоятельная работа.

Вариант I.

Площадь ромба 48 см^2. Найдите площадь четырехугольника, вершинами которого являются середины сторон данного ромба.

Вариант II.

Площадь прямоугольника равна 36 см^2. Найдите площадь четырехугольника, вершинами которого являются середины сторон данного прямоугольника.

Вариант III (для более подготовленных учащихся).

Площадь равнобедренной трапеции равна 40 см^2. Найдите площадь четырехугольника, вершинами которого являются середины сторон данной трапеции.

IV. Итоги урока.

Домашнее задание: № 568 (б), 618.

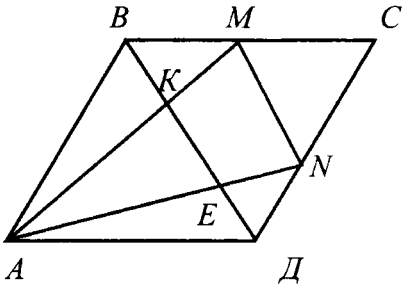
Урок 3

Цель: рассмотреть задачу о пропорциональных отрезках в прямоугольном треугольнике.

Ход урока

I. Проверка домашнего задания.

1. Один ученик у доски записывает решение № 618:



1) MN – средняя линия $\Delta BCД$,

$MN \parallel ВД$ и $MN = \frac{1}{2} ВД$.

2) $\Delta BMK \sim \Delta ДAK$ (по двум углам)

$\frac{BM}{АД} = \frac{BK}{КД} = \frac{KM}{AK} = \frac{1}{2}$

3) $ВД = BK + КД$, $ВД = BK + 2BK$,

$BK = \frac{1}{3} ВД$.

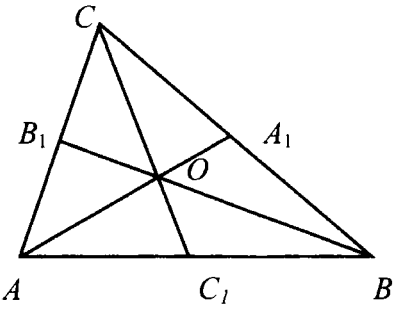
4) $\Delta AMN \sim \Delta AKE$ $(MN \parallel ВД)$

$\frac{KE}{MN} = \frac{AK}{AM} = \frac{2}{3}$, $2MN = 3KE$.

5) $ВД = 2\ MN = 3KE$, т. е. $KE = \frac{1}{3} ВД$.

6) $BK = KE = ЕД = \frac{1}{3} ВД$.

2. Остальные работают в это время устно:



AA_1, BB_1, CC_1 – медианы ΔABC. Докажите, что

а) $S_{AOC_1} = S_{BOC_1}$

б) $S_{AOB} = 2 \cdot S_{A_1OB}$

в) $S_{AOC_1} = \frac{1}{6} S_{ABC}$.

II. Объяснение нового материала.

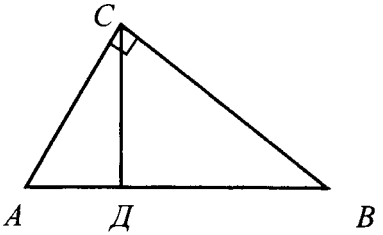
1. Ввести понятие среднего геометрического (среднего пропорционального) двух отрезков.

2. Решить устно задачи:

а) Найти длину среднего геометрического отрезков AB и $СД$, если $AB = 8$ см, $СД = 50$ см.

б) Найти длины отрезков KL и MN, если один из них в четыре раза больше другого, а длина их среднего пропорционального равна 12 см.

3. Устно: доказать, что



а) $\Delta ABC \sim \Delta АСД$;
б) $\Delta ABC \sim \Delta СВД$;
в) $\Delta СВД \sim \Delta АСД$.

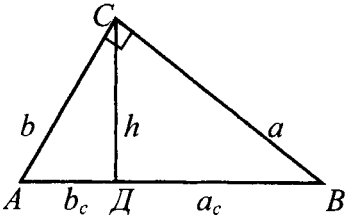
4. Из доказанного обосновать

а) $СД = \sqrt{АД \cdot ВД}$.

б) $AC = \sqrt{AB \cdot АД}$.

$BC = \sqrt{AB \cdot ДВ}$.

5. Дать запись:



$h = \sqrt{b_c \cdot a_c}$

$b = \sqrt{c \cdot b_c}$

$a = \sqrt{c \cdot a_c}$

III. Закрепление изученного материала.

№ 572 (а, в).

а) Решение.

$h = \sqrt{b_c \cdot a_c} = \sqrt{25 \cdot 16} = 5 \cdot 4 = 20$

$c = a_c + b_c = 25 + 16 = 41$

$a = \sqrt{c \cdot a_c} = \sqrt{41 \cdot 16} = 4\sqrt{41}$

$b = \sqrt{c \cdot b_c} = \sqrt{41 \cdot 25} = 5\sqrt{41}$

в) Решение.

$b = \sqrt{c \cdot b_c}$; $b^2 = c \cdot b_c$, $144 = c \cdot 6$, $c = 24$.

$c^2 = a^2 + b^2$; $576 = a^2 + 144$; $a^2 = 432$; $a = 12\sqrt{3}$.

$a = \sqrt{c \cdot a_c}$; $a^2 = c \cdot a_c$; $432 = 24 \cdot a_c$; $a_c = 18$.

№ 573 (устно).

$$a_c = \frac{a^2}{c};\ b_c = \frac{b^2}{c}.$$

№ 574 (а). *I способ.*

Решение.

$$h = \sqrt{a_c \cdot b_c};\ h^2 = a_c \cdot b_c;\ h^2 = \frac{a^2}{c} \cdot \frac{b^2}{c};\ h = \frac{ab}{c};$$

II способ.

Решение.

$$S_\Delta = \frac{1}{2}ab \text{ или } S_\Delta = \frac{1}{2}hc;\ \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}hc;\ ab = hc;\ h = \frac{ab}{c}.$$

№ 575. 1) Пусть k – коэффициент пропорциональности, тогда $a = 3k$, $b = 4k$.

По теореме Пифагора $c^2 = a^2 + b^2$

$50^2 = 9k^2 + 16k^2$

$k^2 = 100$

$k = 10$.

$a = 30$ (мм), $b = 40$ (мм).

2) $a_c = \frac{a^2}{c} = \frac{900}{50} = 18$ (мм);

$b_c = \frac{b^2}{c} = \frac{1600}{50} = 32$ (мм).

№ 578. (Решена в учебнике.) Законспектировать в тетрадях.

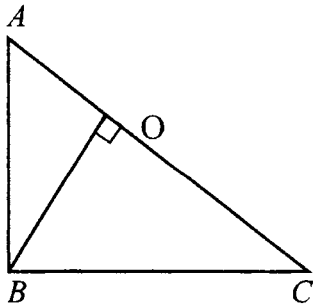
IV. Итоги урока.

Домашнее задание: вопросы 10, 11, с. 161; 572 (б), 574 (б), 576.

№ 576.

Решение.

Пусть $AB = 6x$, тогда $BC = 5x$.



По теореме Пифагора $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} =$

$= \sqrt{36x^2 + 25x^2} = \sqrt{61x}$.

По доказанному в задаче № 573

$$AO = \frac{AB^2}{AC},\ OC = \frac{BC^2}{AC},\ AO - OC =$$

$$= \frac{AB^2}{AC} - \frac{BC^2}{AC} = \frac{AB^2 - BC^2}{AC} =$$

$$= \frac{36x^2 - 25x^2}{\sqrt{61}x} = \frac{11}{\sqrt{61}}x.$$

$AO - OC = 11$, поэтому $\frac{11}{\sqrt{61}}x = 11$; $x = \sqrt{61}$.

$AC = 61$ см.

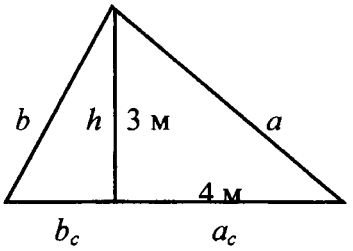
Урок 4

Цель: закрепить изученный материал при решении задач.

Ход урока

I. Проверка домашнего задания.

1. Выполнить задание (устно): найдите неизвестные элементы прямоугольного треугольника:



$$a = \sqrt{h^2 + a_c^2} = \sqrt{9+16} = 5\ (\text{м})$$

$$h = \sqrt{a_c \cdot b_c},\ h^2 = a_c \cdot b_c$$

$$9 = 4 \cdot b_c,\ b_c = 2\frac{1}{4}\ (\text{м})$$

$$c = 6\frac{1}{4}\ \text{м}$$

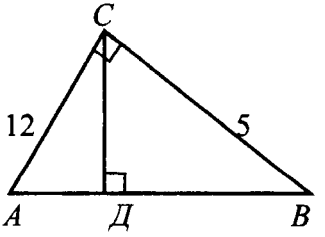
$$b = \sqrt{b_c \cdot c},\ b = \sqrt{\frac{9}{4} \cdot \frac{25}{4}} = \frac{3 \cdot 5}{4} = 3\frac{3}{4}\ (\text{м}).$$

2. Рассмотреть решение задачи № 576.

II. Решение задач.

1. № 577.

Решение.



Треугольник является прямоугольным, т. к. в нем выполняется теорема Пифагора:

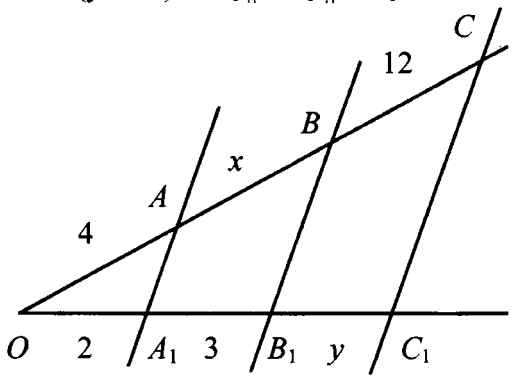
$13^2 = 12^2 + 5^2$

2) Пусть $ДВ = x$ см, тогда

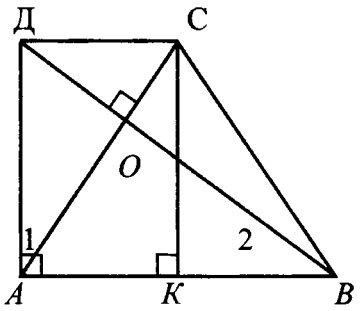
$CB^2 = ДВ \cdot AB$; $25 = x \cdot 13$, $x = 1\frac{12}{13}$ (см).

$АД = AB - ДВ = 13 - 1\frac{12}{13} = 11\frac{1}{13}$ (см).

2. Решить (устно): $AA_1 \parallel BB_1 \parallel CC_1$. Найти x и y.



3. № 384. Решена в учебном пособии, с. 149.
4. № 585 (а).
5. № 614.



Решение.

1) $\Delta AOД \sim \Delta BAД$, поэтому $\angle 1 = \angle 2$, тогда

2) $\Delta AДC \sim \Delta BAД$

$$\frac{СД}{ДA} = \frac{АД}{AB};\ СД = \frac{АД^2}{AB} = \frac{16}{6} = 2\frac{2}{3}\ (\text{см}).$$

3) $\Delta ABД$, $\angle A = 90°$ по теореме Пифагора: $ВД = \sqrt{AB^2 + АД^2} =$

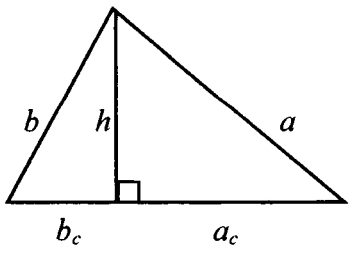
$$= \sqrt{36+16} = 2\sqrt{13}\ (\text{см}).$$

4) ΔBCK, $\angle K = 90°$ по теореме Пифагора

$$BC = \sqrt{CK^2 + BK^2} = \sqrt{АД^2 + (AB - СД)^2} = \sqrt{16 + \left(6 - 2\frac{2}{3}\right)^2}$$

$$= \sqrt{16 + \frac{100}{9}} = \frac{2}{3}\sqrt{61}\ (\text{см}).$$

III. Итоги урока.



$$a = \sqrt{c \cdot a_c};\ b = \sqrt{c \cdot b_c};$$

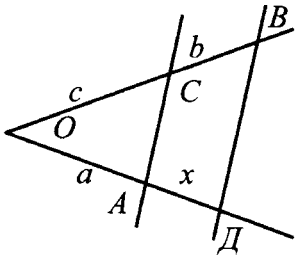
$$c = a^2 + b^2;\ c = b_c + a_c;$$

$$h = \sqrt{b_c \cdot a_c};\ h = \frac{ab}{c};$$

$$a_c = \frac{a^2}{c};\ b_c = \frac{b^2}{c}.$$

Домашнее задание: № 585 (в), 607, 623; подготовиться к самостоятельной работе.

№ 623. (Комментарий учителя обязателен.)



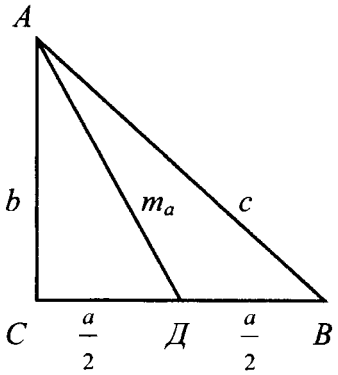
Воспользоваться задачей № 556.

Пусть $OA = a$; $OC = c$; $BC = b$. $AC \parallel ВД$, $АД$ – искомый отрезок.

$$\frac{OC}{OA} = \frac{CB}{АД}; \frac{c}{a} = \frac{b}{x}; x = \frac{ab}{c}.$$

Для желающих.

Доказать, что в прямоугольном треугольнике квадрат медианы, проведенной к катету, равен разности квадрата гипотенузы и трех четвертей квадрата соответствующего медиане катета.



Решение.

1) В $\Delta АСД$, $\angle C = 90°$, по теореме Пифагора $m_a^2 = b^2 + \frac{a^2}{4}$;

2) в ΔACB по теореме Пифагора $b^2 = c^2 - a^2$

3) Имеем $m_a^2 = c^2 - a^2 + \frac{a^2}{4}$

$$m_a^2 = c^2 - \frac{3a^2}{4}.$$

Урок 5

Цели: проверить степень усвоения учащимися изученного материала и умения применять его к решению задач; рассмотреть решение задач на построение методом подобия.

Ход урока

I. Проверка домашнего задания.

II. Проверочная самостоятельная работа.

Скомпоновать для каждого ученика вариант из таблицы.

Таблица

Элементы прямоугольного треугольника	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
a	6	5					1			12		
b	8		24						40		5	
c		13	25	100	29							10
h_c							$\frac{3}{\sqrt{10}}$	144	$8\frac{22}{41}$			4,8
a_c				36		3		108		7,2	5	
b_c					$15\frac{6}{29}$	13						

Ответы: 1) 10; 4,8; 3,6; 6,4.

2) 12; $4\frac{8}{13}$; $1\frac{12}{13}$; $11\frac{1}{13}$.

3) 7; 6,72; 1,96; 23,04.

4) 60; 80; 48; 64.

5) 20; 21; $14\frac{14}{29}$; $13\frac{23}{29}$.

6) $4\sqrt{3}$; $4\sqrt{13}$; 16; $\sqrt{39}$.

7) 3; $\sqrt{10}$; $\frac{1}{\sqrt{10}}$; $\frac{9}{\sqrt{10}}$.

8) 180; 240; 300; 192.

9) 9; 41; $1\frac{40}{41}$; $39\frac{1}{41}$.

10) 16; 20; 9,6; 12,8.

11) $\sqrt{12{,}5\left(\sqrt{5}+1\right)}$; $2{,}5\left(\sqrt{5}+1\right)$; $\sqrt{12{,}5\left(\sqrt{5}-1\right)}$; $2{,}5\left(\sqrt{5}-1\right)$.

12) 8; 6; 6,4; 3,6.

Можно организовать тесты с выбором ответа. Второе или третье задание самостоятельной работы может быть таким: начертите отрезок и разделите его в отношении $a : b$.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
a	2	4	3	5	2	3	5	4	2	3	6	5
b	7	5	8	3	6	7	6	3	5	6	4	2

III. Объяснение нового материала.

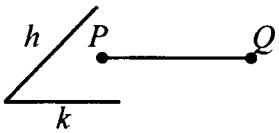
1. Вспомнить с учащимися задачи на построение.

Начертите остроугольный треугольник ABC. Постройте а) медиану AM, биссектрису $AД$ и высоту AH треугольника ABC; б) прямую BN, параллельную медиане AM. (Нет необходимости требовать, чтобы учащиеся фактически выполнили все построения циркулем и линейкой, достаточно, если они укажут в каждом случае последовательность выполнения операций.)

2. Задача 3 из п. 64.

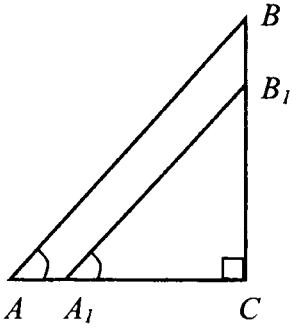
IV. Решение задач.

№ 589.



Решение.

Дано: **Анализ** (устно). Пусть ΔABC – искомый. Тогда любой треугольник $A_1B_1C_1$, в котором $A_1B_1 \parallel AB$ $(A_1 \in AC,\ B_1 \in BC)$, подобен треугольнику ABC по первому признаку подобия ($\angle A_1 = \angle A$, $\angle C$ – общий). Следовательно, $A_1B_1 : A_1C = 2 : 1$. $\angle A_1 = \angle hk$. Таким образом, достаточно построить какой-нибудь треугольник A_1B_1C, в котором $A_1B_1 : A_1C = 2 : 1$, $\angle A_1 = \angle hk$, а затем отложить на луче CB_1 отрезок $CB = PQ$ и через точку B провести прямую, параллельную прямой A_1B_1. Точка A пересечения этой прямой с прямой A_1C является вершиной искомого треугольника.



Построение.

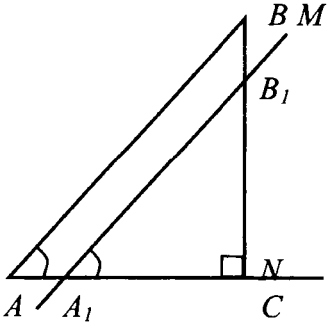
1. Строим угол MA_1N, равный данному углу hk.

2. Отмечаем произвольную точку C на луче A_1N.

3. На луче A_1M откладываем отрезок A_1B_1, равный $2A_1C$.

4. На луче CB_1 откладываем отрезок CB, равный данному отрезку PQ.

5. Через точку B проведем прямую, параллельную A_1B_1. Она пересекает прямую A_1C в точке A. Треугольник ABC – искомый.



Доказательство. $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$ по двум углам ($\angle A = \angle A_1 = \angle hk$, так как $AB \parallel A_1B_1$, $\angle C$ – общий), поэтому $AB : AC = A_1B_1 : A_1C = 2 : 1$. Треугольник ABC – искомый, так как $\angle A = \angle hk$, $BC = PQ$ по построению $AB : AC = 2 : 1$.

Исследование (устно). Указанный способ решения задачи показывает, что задача всегда имеет решение. Все треугольники, удовлетворяющие условиям задачи, подобны по второму признаку подобия треугольников. ($\angle A = \angle hk$, $AB : AC = 2 : 1$), следовательно, их углы соответственно равны, а так как в любом из этих треугольников $BC = PQ$, то все они равны по второму признаку равенства треугольников. Таким образом, задача имеет единственное решение.

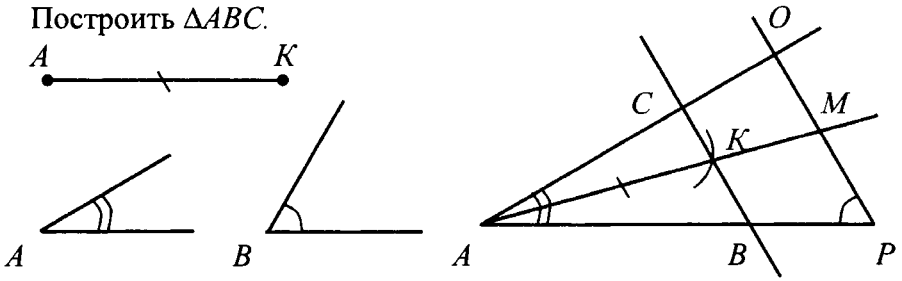
V. Итоги урока.

Домашнее задание: вопрос 12, с. 161; № 586, 587 (обязательно прокомментировать).

№ 586.

Дано: $\angle A$, $\angle B$, $\angle B > \angle A$, AK – биссектриса $\angle A$.

Построить ΔABC.



Построение.

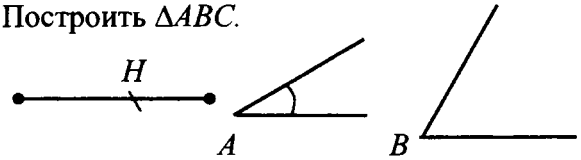
1) От произвольного отрезка AP отложим углы $\angle A$ и $\angle P = \angle B$.
2) Точка O пересечения сторон углов A и P.
3) Разделим $\angle A$ пополам биссектрисой AM.
4) На луче AM отложим отрезок AK.
5) Проведем через точку K прямую $CB \parallel OP$.
6) Полученный треугольник ABC – искомый.

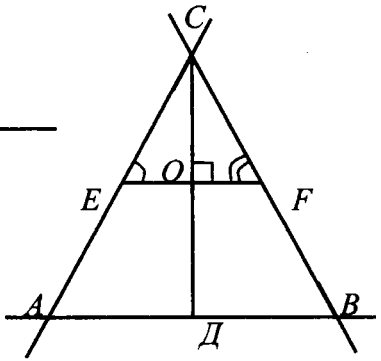
№ 587.

Решение.

Дано: $\angle A$, $\angle B$, H – высота, проведенная из вершины $\angle C$.

Построить ΔABC.





Построение.

1) От произвольного отрезка EF отложим углы $\angle E = \angle A$, $\angle F = \angle B$.

2) C – точка пересечения сторон $\angle E$ и $\angle F$, отличных от EF.

3) Из точки C опустим перпендикуляр к отрезку EF.

4) O – точка пересечения перпендикуляра и отрезка EF.

5) От точки C на луче CO отложим высоту $CД = H$.

6) Проведем через точку $Д$ прямую $AB \parallel EF$ до пересечения с продолжением отрезков CE и CF.

7) Полученный треугольник ABC – искомый.

Урок 6

Цель: закрепить умение решения задач на построение методом подобия.

Ход урока

I. Проверка домашнего задания.

Рассмотреть решение задач № 586, № 587.

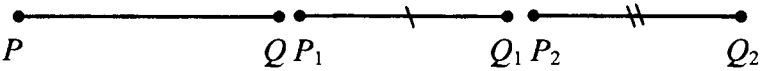
II. Анализ самостоятельной работы.

III. Решение задач.

№ 590.

Решение.

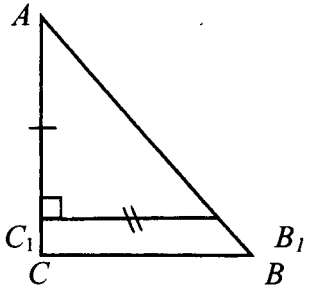
Дано:



Построить: ΔABC, $\angle C = 90°$, $AB = PQ$, $\dfrac{AC_1}{BC} = \dfrac{P_1Q_1}{P_2Q_2}$.

Анализ. Задачу будем решать методом подобия. Сначала можно построить какой-нибудь прямоугольный треугольник AB_1C_1 ($\angle C_1 = 90°$) так, чтобы $\dfrac{A_1C_1}{B_1C_1} = \dfrac{P_1Q}{P_2Q_2}$, а затем, используя условие $AB = PQ$, построить искомый треугольник ABC.

Построение. 1. Строим треугольник AB_1C_1 так, чтобы $\angle C_1 = 90°$, $C_1A = P_1Q$, $C_1B_1 = P_2Q_2$ (п. 38, зад. 1).



2. На луче AB_1 отложим отрезок $AB = PQ$.

3. Через точку B проведем прямую, параллельную B_1C_1. Она пересекает луч AC_1 в точке C. Треугольник ABC – искомый.

Доказательство. $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$ по первому признаку подобия треугольников ($\angle A$ – общий, $\angle C = \angle C_1$, так как $BC \parallel B_1C_1$), поэтому $\angle C = 90°$, $\dfrac{AC}{BC} = \dfrac{AC_1}{B_1C_1} = \dfrac{P_1Q_1}{P_2Q_2}$.

Сторона AB равна данному отрезку PQ по построению. Итак, треугольник ABC удовлетворяет всем условиям задачи.

Исследование. Из построения следует, что задача при любых данных отрезках PQ, P_1Q_1 и P_2Q_2 имеет решение. Задача имеет единственное решение. В самом деле, если $\Delta A_1B_1C_1$ и $\Delta A_2B_2C_2$ удовлетворяют условиям задачи, то они подобны, а так как $A_1B_1 = PQ$, $A_2B_2 = PQ$, то $A_1B_1 = A_2B_2$ и, значит, $\Delta A_1B_1C_1 = \Delta A_2B_2C_2$.

№ 622.

Дано: ΔABC. Построить $\Delta A_1B_1C_1$: $S_{A_1B_1C} = 2S_{ABC}$ и $\Delta A_1B_1C_1 \sim \Delta ABC$.

Построение.

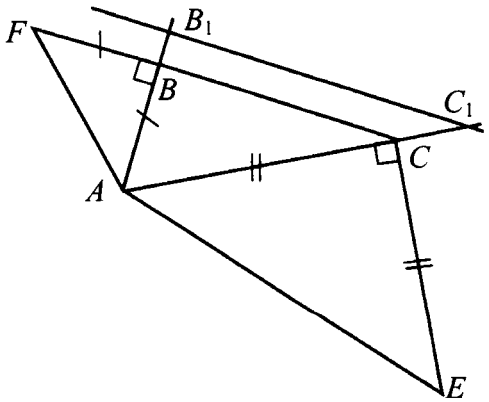
1) Построим ΔABF так, чтобы $AB \perp BF$ и $BF = AB$ (как описано в задаче № 290).

2) Построим ΔACE так, чтобы $CE \perp AC$ и $CE = AC$ аналогично.

3) На лучах AB и AC отложим соответственно отрезки $AB_1 = AF$ и $AC_1 = AE$.

4) Проведем отрезок B_1C_1.

5) Тогда ΔAB_1C_1 – искомый.



Доказательство.

1) По теореме Пифагора

$$AF = \sqrt{AB^2 + BF^2} = \sqrt{AB^2 + AB^2} = \sqrt{2AB^2} = \sqrt{2}AB.$$

$$AE = \sqrt{AC^2 + CE^2} = \sqrt{AC^2 + AC^2} = \sqrt{2AC^2} = \sqrt{2}AC.$$

2) По построению $AB_1 = AF = \sqrt{2}AB.$

$AC_1 = AE = \sqrt{2}AC.$

3) $\dfrac{AB_1}{AB} = \sqrt{2} = \dfrac{AC_1}{AC}.$

4) $\Delta A_1B_1C_1 \sim \Delta ABC$ (по второму признаку).

5) $\dfrac{S_{AB_1C_1}}{S_{ABC}} = \dfrac{AB_1 \cdot AC_1}{AB \cdot AC} = \dfrac{\sqrt{2}AB \cdot \sqrt{2}AC}{AB \cdot AC} = 2.$

Поэтому ΔAB_1C_1 удовлетворяет всем условиям задачи.

IV. Самостоятельная работа.

Вариант I.

Постройте прямоугольный треугольник по острому углу и медиане, проведенной из вершины этого угла.

Вариант II.

Постройте прямоугольный треугольник по острому углу и биссектрисе прямого угла.

Вариант III. (для наиболее подготовленных учащихся).

Постройте ромб по стороне и данному отношению 3 : 4 его диагоналей.

V. Итоги урока.

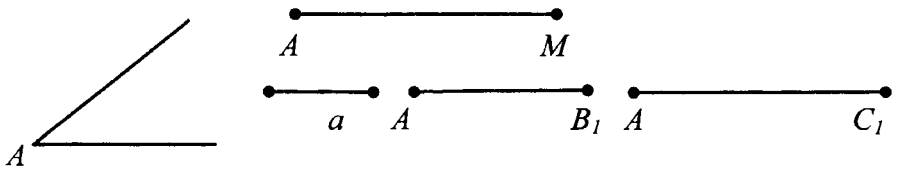
Домашнее задание: вопросы 8–12 на с. 160–161; № 588, прочитать п. 65.

№ 588.

Дано: $\angle A$, $\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{2}{3}$, AM – медиана.

Построить: ΔABC.

Построение.



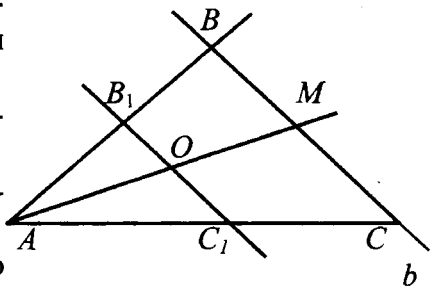
1) На произвольной прямой отметим произвольно точку A и отложим $\angle A$.

2) Пусть a – произвольный единичный отрезок.

3) На сторонах $\angle A$ отложим отрезки $AB_1 = 2a$ и $AC_1 = 3a$.

4) Проведем B_1C_1 и разделим его пополам точкой O.

5) Проведем луч AO и отложим отрезок AM.



6) Через точку M проведем прямую $b \parallel B_1C_1$; точки пересечения со сторонами угла A обозначим B и C.

7) ΔABC – искомый.

Доказательство.

1) $\Delta ABC \sim \Delta AB_1C_1$ ($\angle A$ – общий, $\angle AB_1C_1 = \angle ABC$, как соответственные при $BC \parallel B_1C_1$ и секущей AB).

2) $\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{AB_1}{AC_1} = \dfrac{2}{3}$.

3) Аналогично доказывается, что $\dfrac{BM}{CM} = \dfrac{B_1O}{C_1O} = 1$.

4) Полученный ΔABC – искомый, так как AM – медиана, $\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{2}{3}$ по доказанному.

Урок 7

Практическое занятие по проведению измерительных работ на местности можно провести в удобное время в конце учебного года.

СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ СТОРОНАМИ И УГЛАМИ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА (§ 4)

(3 часа)

Урок 1

Цели: ввести понятия синуса, косинуса, тангенса острого угла прямоугольного треугольника; вывести формулу тангенса угла как отношения синуса к косинусу этого угла и основное тригонометрическое тождество.

Ход урока

I. Проверка домашнего задания и аиализ самостоятельной работы.

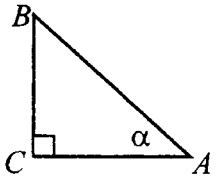
II. Объяснение нового материала.

Изложить в виде лекции содержание пункта 66.

III. Закрепление изученного материала.

Выполнить № 591 (а, б), 592 (а, в, д), 593 (а).

IV. Итоги урока.



$$\cos\alpha = \frac{AC}{AB};\ \sin\alpha = \frac{BC}{AB};\ \mathrm{tg}\alpha = \frac{BC}{AC}$$

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1; \mathrm{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}.$$

Домашнее задание: вопросы 15, 16, 17, с. 161; № 591 (в, г), 592 (б, г, е), 539 (б).

Для желающих.

Постройте прямоугольный треугольник по отношению катетов 2 : 3 и по его периметру.

Указание. Отрезок, равный периметру, разделить в отношении 2 : 3 : $\sqrt{13}$ и построить треугольник по трем сторонам.

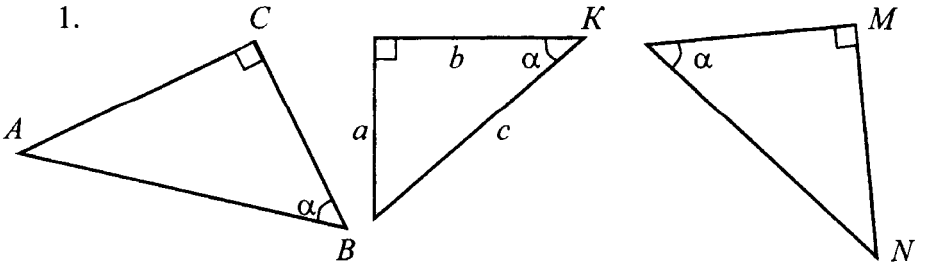
Урок 2

Цель: найти значения синуса, косинуса и тангенса для углов 30°, 45°, 60° и других углов.

Ход урока

I. Проверка домашнего задания.

1.



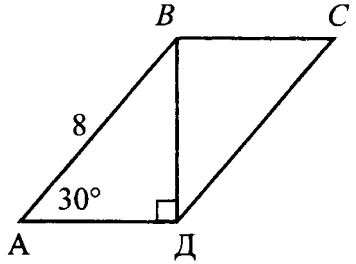
Записать sinα, cosα, tgα для данных треугольников.

2. Катеты треугольника равны 3 см и 4 см. Чему равны синусы его острых углов.

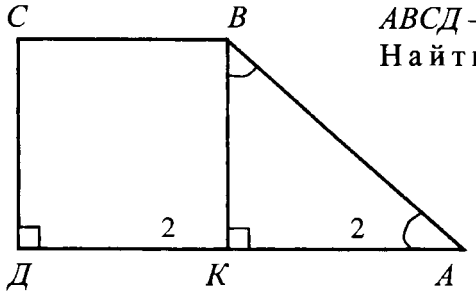
3. Гипотенуза AB прямоугольного треугольника равна 10 см, а катет BC равен 8 см. Чему равны тангенсы его острых углов?

II. Объяснение нового материала.

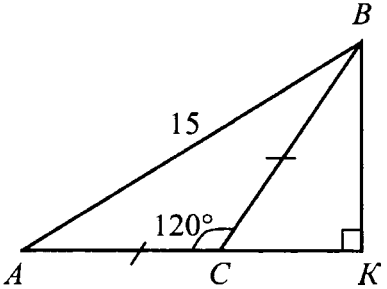
1. Выполнить устно:



$ABCД$ – параллелограмм.
Найти: $S_{ABCД}$.



$ABCД$ – прямоугольная трапеция.
Найти: S_{ABCD}.



Найти: BK.

2. Вычислить значения синуса, косинуса и тангенса для углов 30°, 45° и 60° и занести их в таблицу.

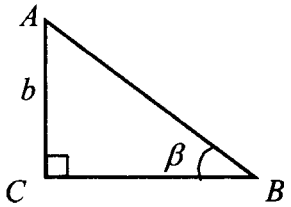
3. Показать, как пользоваться микрокалькулятором для вычисления значений других углов.

III. Закрепление изученного материала.

№ 593 (а) – для значения $\alpha = 30°$, № 593 (б) – для значений $\alpha = 45°$ (устно), № 601, 594, 597 (б), 598 (а).

№ 594.

Дано: а) ΔABC, $\angle C = 90°$, $AC = b$, $\angle B = \beta$.



Найти: BC, AB, $\angle A$.

Решение.

1. $\text{tg}\beta = \dfrac{b}{BC}$, $BC = \dfrac{b}{\text{tg}\beta}$.

2. $AB = \dfrac{b}{\sin\beta}$.

3. $\angle A = 90° - \beta$.

Дано: б) ΔABC, $\angle C = 90°$, $b = 10$ см, $\beta = 50°$.

Найти: BC, AB, $\angle A$.

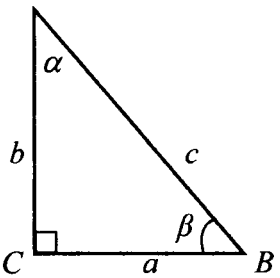
Решение.

1. $BC = \dfrac{10}{\text{tg}50°} = \dfrac{10}{1{,}192} \approx 8{,}39$ (см)

2. $AB = \dfrac{10}{0{,}766} \approx 13{,}05$ (см)

3) $\angle A = 90° - \beta$.

№ 597 (б).



Решение.

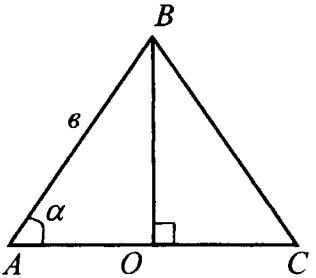
1) $c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{144 + 225} = \sqrt{369} \approx 19$ (см).

$\text{tg}\beta = \dfrac{b}{a} = \dfrac{15}{12} = 1{,}25$; $\beta \approx 51°21'$

$\text{tg}\alpha = \dfrac{a}{b} = \dfrac{12}{15} = 0{,}8$; $\alpha \approx 38°39'$

или $\alpha = 90° - 51°21' = 89°60' - 51°21' = 38°39'$.

№ 598.



Решение.

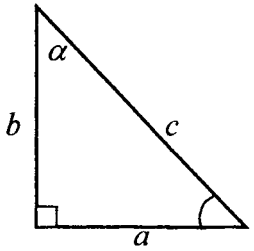
1) $\sin\alpha = \dfrac{BO}{AB}$; $BO = AB\sin\alpha = b\sin\alpha$.

2) $\cos\alpha = \dfrac{AO}{AB}$; $AO = AB\cos\alpha = b\cos\alpha$.

3) $S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2}BO \cdot AC = BO \cdot AO$

4) $S_{\Delta ABC} = b\sin\alpha \cdot b\cos\alpha = b^2\sin\alpha\cos\alpha$.

IV. Итоги урока.



Для вычисления неизвестных элементов (сторон или углов) прямоугольного треугольника используют определения синуса, косинуса и тангенса острого угла:

$$\sin\alpha = \frac{a}{c};\ \cos\alpha = \frac{b}{c};\ \operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{b}.$$

Здесь: a – катет, противолежащий углу α;

b – катет, прилежащий к углу α;

c – гипотенуза.

При решении задач необходимо: выбрать нужную формулу, подставить в нее известные величины, вычислить неизвестную величину, решив полученное уравнение.

Домашнее задание: вопрос 18, с. 161; № 595, 596, 598 (б), 600; подготовиться к самостоятельной работе по § 3.

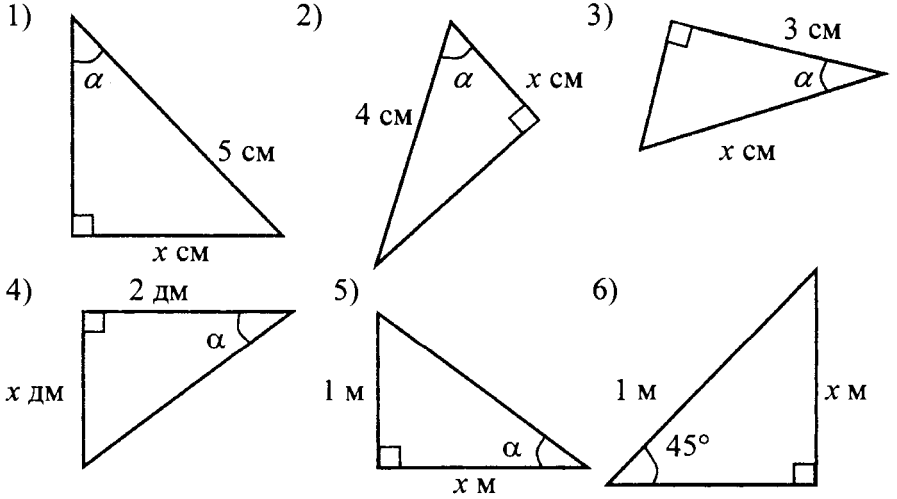
Урок 3

Цели: повторить и обобщить изученный материал, выработать умение учащихся применять изученный материал при решении задач; подготовить учащихся к контрольной работе.

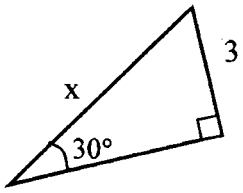
Ход урока

I. Проверка домашнего задания.

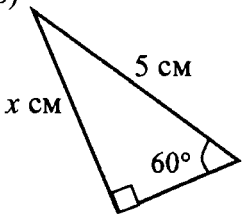
Выполнить задания устно: найти x.



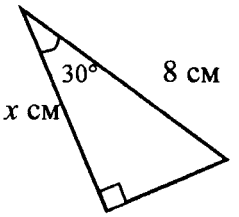
7)



8)



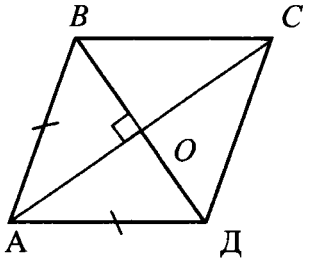
9)



II. Решение задач.

№ 601.

Решение.



1) $\Delta AOB = \Delta COB = \Delta COД = \Delta AOД$ (по двум катетам).

2) $\text{tg}\angle BCO = \dfrac{BO}{OC} = \dfrac{\frac{1}{2}BД}{\frac{1}{2}AC} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

$\angle BCO = 30°$.

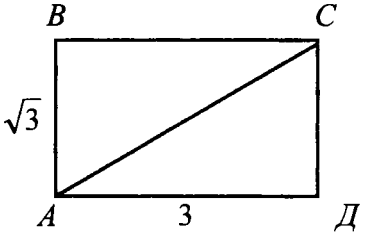
3) $\angle OBC = 90° - \angle BCO = 90° - 30° = 60°$.

4) $\angle BCД = 2\angle BCO = 30 \cdot 2 = 60° = \angle BAД$.

$\angle ABC = 2\angle OBC = 60 \cdot 2 = 120° = \angle AДC$.

№ 602.

Решение.



1) $\text{tg}\angle BCA = \dfrac{BA}{BC} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$; $\angle BCA = 30°$.

2) $\angle BAC = 90° - 30° = 60°$.

3) $\angle CAД = \angle BCA = 30°$.

$\angle ДCA = \angle BAC = 60°$.

III. Самостоятельная работа.

Вариант I.

В равнобедренной трапеции меньшее основание равно 4 см, боковая сторона равна 6 см, а один из углов трапеции равен 150°. Найдите площадь трапеции.

Вариант II.

В прямоугольной трапеции меньшее основание равно 3 см, большая боковая сторона 4 см, а один из углов трапеции равен 150°. Найдите площадь трапеции.

Вариант III (для более подготовленных учащихся).

В треугольнике ABC $AC = BC$, $\cos\beta = \frac{1}{3}$. Найдите отношение высот AM и CN треугольника ABC.

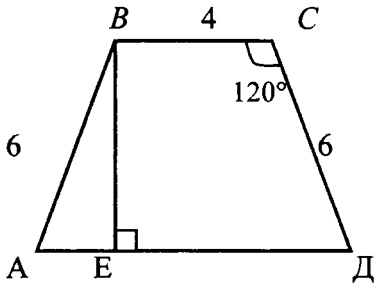
Можно проверить решение на этом же уроке с помощью закрытой доски.

Вариант I.

Решение.

1) $\angle B = \angle C = 120°$.

$\angle ABE = 120° - 90° = 30°$



$\cos\angle ABE = \frac{BE}{AB}$.

$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{BE}{6}$; $BE = 3\sqrt{3}$ (см).

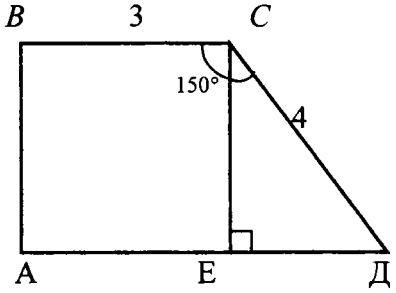
2) $\sin\angle ABE = \frac{AE}{AB}$; $\frac{1}{2} = \frac{AE}{6}$;

$AE = 3$ (см).

3) $АД = BC + 2AE = 4 + 2 \cdot 3 = 10$ (см).

4) $S_{ABCД} = \frac{BC + АД}{2} \cdot BE = \frac{4+10}{2} \cdot 3\sqrt{3} = 21\sqrt{3}$ (см^2)

Вариант II.



Решение.

1) $\angle ECД = \angle BCД - \angle BCE =$
$= 150° - 90° = 60°$.

$\sin\angle ECД = \frac{ЕД}{СД}$; $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{ЕД}{4}$;

$ЕД = 2\sqrt{3}$ (см)

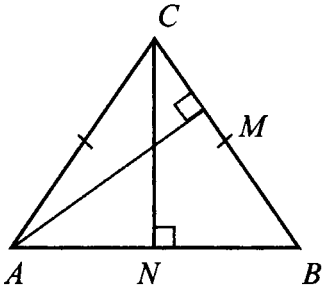
2) $\cos\angle ECД = \frac{CE}{СД}$;

$\frac{1}{2} = \frac{CE}{4}$; $CE = 2$ (см)

3) $АД = BC + ЕД = 3 + 2\sqrt{3}$

4) $S_{ABCД} = \frac{BC + АД}{2} \cdot CE = \frac{3+3+2\sqrt{3}}{2} \cdot 2 = 6 + 2\sqrt{3}$ (см^2)

Вариант III.



Решение.

1) ΔAMB, $\angle M = 90°$

$\cos\angle B = \dfrac{AM}{AB} = \dfrac{1}{3}$;

$AM = \dfrac{AB}{3}$;

2) ΔCNB, $\angle N = 90°$

$\cos\angle B = \dfrac{NB}{CB} = \dfrac{1}{3}$;

$NB = \dfrac{1}{3}CB$; $CB = \dfrac{3}{2}AB$.

3) $\sin\angle B = \dfrac{CN}{CB}$;

$\sin\angle B = \sqrt{1-\cos^2\angle B} = \sqrt{1-\dfrac{1}{9}} = \sqrt{\dfrac{8}{9}} = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}$;

$\dfrac{CN}{CB} = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}$; $\dfrac{2CN}{3AB} = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}$; $\dfrac{CN}{AB} = \dfrac{\sqrt{2}}{1}$;

$CN = \sqrt{2}AB$.

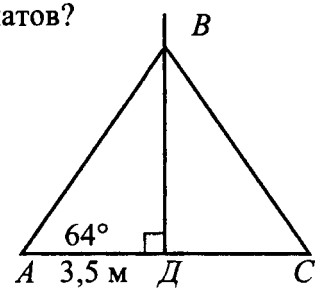
4) $\dfrac{AM}{CN} = \dfrac{AB}{3} : \sqrt{2}AB = \dfrac{AB}{3} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{2}AB} = \dfrac{1}{3\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{6}$.

IV. Итоги урока.

Домашнее задание: вопросы 8–18, с. 160–161; № 603, 621, 626; подготовиться к контрольной работе.

Для желающих.

Радиомачта укреплена стальными канатами, наклоненными к земле под углом в 64°. Основание каждого каната удалено от мачты на 350 м. На какой высоте укреплены на мачте верхние концы канатов?



Решение.

$\Delta ABД$, $\angle Д = 90°$

$\operatorname{tg}\angle A = \dfrac{BД}{AД}$; $BД = AД \operatorname{tg}\angle A$

$BД = 3{,}5 \cdot 2{,}05 \approx 7{,}2$ (м).

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4
(1 час)

Цель: проверить знания и умения учащихся в решении задач и применении изученного материала.

Ход урока

I. Организация учащихся на выполнения работы.

II. Выполнение работы по вариантам.

Вариант I.

1. В прямоугольном треугольнике ABC $\angle A = 90°$, $AB = 20$ см; высота $АД = 12$ см.

Найдите AC и $\cos C$.

2. Диагональ $ВД$ параллелограмма $АВСД$ перпендикулярна к стороне $АД$. Найдите площадь параллелограмма $АВСД$, если $AB = 12$ см, $\angle A = 41°$.

Вариант II.

1. Высота $ВД$ прямоугольного треугольника ABC равна 24 см и отсекает от гипотенузы AC отрезок $ДС$, равный 18 см. Найдите АВ и $\cos A$.

2. Диагональ AC прямоугольника $АВСД$ равна 3 см и составляет со стороной $АД$ угол 37°. Найдите площадь прямоугольника $АВСД$.

Вариант III (для более подготовленных учащихся).

1. Диагональ AC равнобедренной трапеции $АВСД$ перпендикулярна к боковой стороне $СД$. Найдите площадь трапеции, если ее основания равны 10 см и 8 см.

2. Найдите отношение высот BN и AM равнобедренного треугольника ABC, в котором угол при основании BC равен α.

III. Итоги урока.

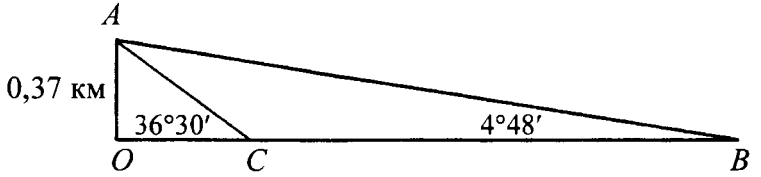
Домашнее задание: повторить п. 21 «Окружность», п. 37 «Расстояние между двумя точками и от точки до прямой».

Для желающих.

С наблюдательной вышки A, находящейся на высоте 370 м над уровнем моря, ведется наблюдение за тонущей рыбачьей шхуной B и спасательным судном C, движущимся к ней на помощь со скоростью 30 км/ч. Рыбачья шхуна видна с вышки под углом 4°48′, а спасательное судно – под углом 36°30′ к горизонту. Успеет ли судно вовремя подоспеть на помощь к шхуне, если, по полученным

сведениям, она может продержаться на поверхности воды около 30 минут?

Решение.



ΔAOB, $\angle O = 90°$

$$\text{tg}\angle B = \frac{AO}{OB};\ OB = \frac{AO}{\text{tg}\angle B} = \frac{0{,}37}{0{,}084} \approx 4{,}405 \text{ км}$$

ΔAOC, $\angle O = 90°$

$$\text{tg}\angle C = \frac{AO}{OC};\ OC = \frac{AO}{\text{tg}\angle C} = \frac{0{,}37}{0{,}74} \approx 0{,}5 \text{ км}$$

$CB = OB - OC = 4{,}405 - 0{,}5 = 3{,}905$ км

$$t = \frac{S}{\upsilon} = \frac{3{,}905}{30} = 0{,}13\ (\text{ч}).$$

Ответ: успеет.

Глава VIII. ОКРУЖНОСТЬ
(17 часов)

Основная цель – расширить сведения об окружностях и ввести новые важные понятия, связанные с окружностью. Рассматриваемая глава содержит большое число важных задач, которые широко используются в дальнейшем. Им следует уделить особое внимание: № 659, 664, 670, 704, 716.

КАСАТЕЛЬНАЯ К ОКРУЖНОСТИ (§ 1)
(3 часа)

Урок 1

Цель: рассмотреть возможные случаи взаимного расположения прямой и окружности.

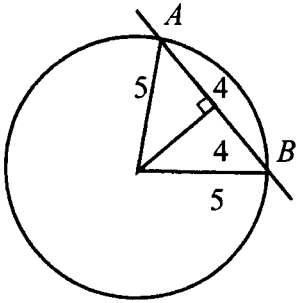
Ход урока

I. Анализ контрольной работы.

II. Решение задач.

Решить устно:

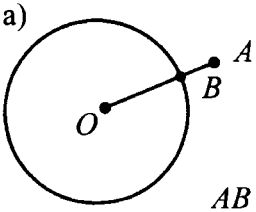
1. Радиус окружности 5 см. Найдите расстояние от центра окружности до прямой, содержащей хорду, равную 8 см.



$d = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3(\text{см})$.

2. Найдите расстояние от точки A до ближайшей к ней точки окружности с центром O радиуса r, если а) OA = 12 см, r = 8 см; б) AO = 6 см, r = 8 см.

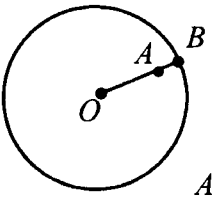
а)



$AB = OA - r$

$AB = 12 - 8 = 4$ (см)

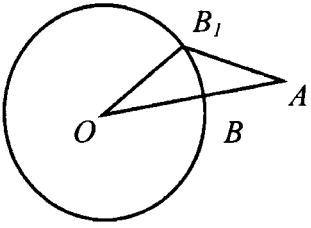
б)



$AB = r - OA$;

$AB = 8 - 6 = 2$ (см)

3. Докажите, что $AB < AB_1$, используя неравенство треугольника.



Имеем $OA < OB_1 + AB_1$

$OB + AB < OB_1 + AB_1$, т. к. $OB = OB_1 = r$, то $AB < AB_1$.

III. Изучение нового материала.

Изложить весь материал п. 68 в виде небольшой лекции.

При обосновании утверждения о том, что прямая и окружность не могут иметь более двух общих точек, полезно сделать рисунок.

IV. Закрепление изученного материала.

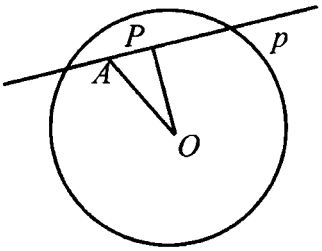
Решить № 631 (а, г, д) – устно, № 632.

№ 632.

Решение.

Дано: окружность с центром в точке O и радиусом r, $OA < r$.

Доказать: любая прямая p, проходящая через точку A – секущая.

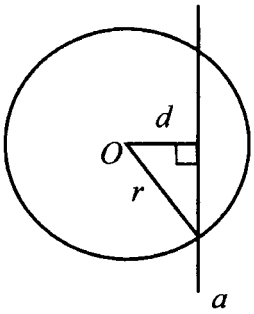


1) Через точку A проведем произвольную прямую p, найдем расстояние от точки O до прямой p. Для этого проведем $OP \perp p$.

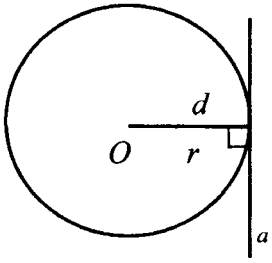
2) ΔAOP, $\angle P = 90°$.

Катет OP меньше гипотенузы AO, $AO < r$ по условию, значит $OP < r$, следовательно прямая p – секущая. В случае, если $AO \perp p$, но $AO < r$, поэтому прямая p также является секущей.

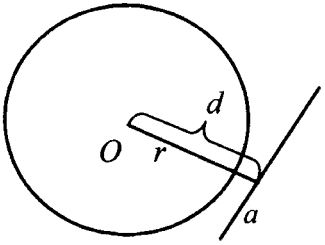
V. Итоги урока.



$d < r$, прямая a – секущая.



$d = r$, прямая a имеет с окружностью одну общую точку.



$d > r$, прямая a не имеет общих точек с окружностью.

Домашнее задание: вопросы 1, 2, с. 187; № 631 (б, в) – устно, 633; сделать работу над ошибками в контрольной работе.

Урок 2

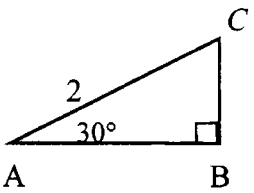
Цели: ввести определение касательной к окружности; рассмотреть свойство касательной и свойство отрезков касательных, проведенных из одной точки.

Ход урока

I. Проверка домашнего задания.

Выполнить устно:

1) По данным рисунка укажите взаимное расположение:



а) прямой AB и окружности радиуса 1 с центром C;

б) прямой BC и окружности радиуса 2 с центром A;

в) прямой AC и окружности радиуса BC с центром B.

II. Изучение нового материала.

1. Определение касательной к окружности.

2. Свойство касательной к окружности. (Доказывают учащиеся самостоятельно.)

3. Свойство отрезков касательных, проведенных из одной точки. (Доказывают учащиеся самостоятельно.)

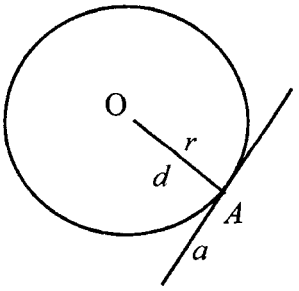
III. Закрепление изученного материала.

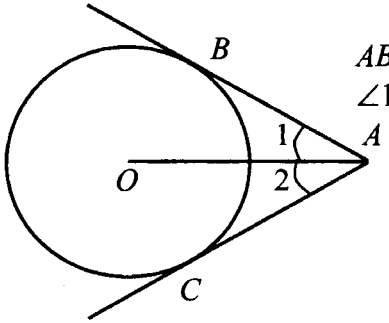
Решить № 635 (устно), № 639, 646, 636, 645.

IV. Итоги урока.

1) Прямая a – касательная к окружности.

2) $r \perp a$.





AB, AC – касательные к окружности $\Rightarrow$ $\angle 1 = \angle 2$ и $AB = AC$.

Домашнее задачи: вопросы 3–7, с. 187; № 634, 638, 640; самостоятельно доказать признак касательной; подготовиться к самостоятельной работе по § 1.

Урок 3

Цели: способствовать применению учащимися полученных знаний при решении задач.

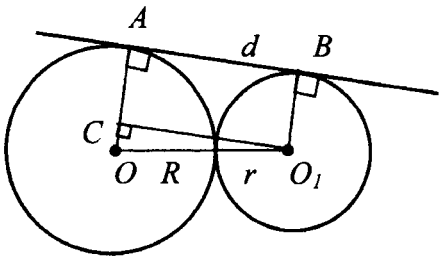
Ход урока

I. Проверка домашнего задания.

Привести доказательства признака касательной к окружности. (Заслушать одного ученика.)

II. Решение задач.

1. Две окружности разных радиусов внешне касаются. Докажите, что отрезок их общей касательной, заключенный между точками касания, есть среднее пропорциональное между диаметрами этих окружностей.



ΔOO_1C, $\angle C = 90°$

$OO_1 = R + r$

$CO = R - r$

$CO_1^2 = OO_1^2 - CO^2$

$CO_1^2 = (r + R)^2 - (R - r)^2 =$

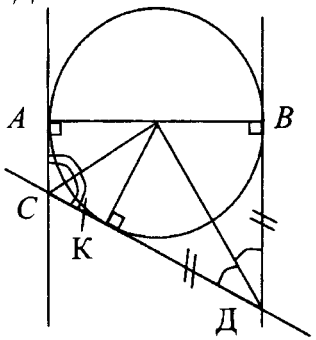
$= r^2 + 2rR + R^2 - R^2 + 2rR - r^2$

$CO_1^2 = 4rR$, $CO_1 = \sqrt{2r \cdot 2R}$

$CO_1 = AB = \sqrt{2r \cdot 2R}$.

2. Через концы диаметра AB окружности проведены две касательные к ней. Третья касательная пересекает первые две в точках C и $Д$. Докажите, что квадрат радиуса этой окружности равен произведению отрезков CA и $ВД$.

Решение.



1) Очевидно, что $\Delta СОД$ – прямоугольный.

2) $OK^2 = CK \cdot КД$, но $AC = CK$, $ВД = КД$, поэтому $OK^2 = AC \cdot ВД$.

III. Самостоятельная работа.

Вариант I.

1. KM и KN – отрезки касательных, проведенных из точки K к окружности с центром O. Найдите KM и KN, если OK = 12 см, $\angle MON = 120°$.

2. Диагонали ромба $ABCД$ пересекаются в точке O. Докажите, что прямая $ВД$ касается окружности с центром A и радиусом, равным OC.

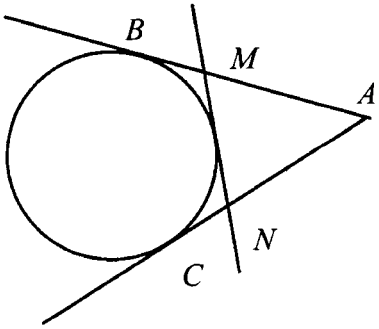
Вариант II.

1. Найдите отрезки касательных AB и AC, проведенных из точки A к окружности радиуса r, если r = 9 см. $\angle BAC = 120°$.

2. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC проведена медиана $ВД$. Докажите, что прямая $ВД$ касается окружности с центром C и радиусом, равным $АД$.

Вариант III (для более подготовленных учащихся).

1. Прямые AB, AC, MN – касательные к окружности. Найдите отрезки касательных AB и AC, если периметр треугольника AMN равен 24 см.



2. Отрезок *СД* – высота прямоугольного треугольника *АВС*, проведенная из вершины прямого угла *С*. Найдите радиус окружности с центром *А*, которая касается прямой *СД*, если *СД* = 4 см, *АВ* = 12 см.

IV. Итоги урока.

Домашнее задание: вопросы 1–7, с. 187; № 648.

Для желающих.

Две окружности разных диаметров внешне касаются. К ним проведены две общие касательные *АС* и *ВД*, где *А* и *В* – точки касания с первой окружностью, а *С* и *Д* – со второй. Докажите *АСДВ* – равнобокая трапеция.

ЦЕНТРАЛЬНЫЕ И ВПИСАННЫЕ УГЛЫ (§ 2)

(4 часа)

Урок 1

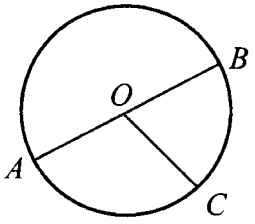
Цель: рассмотреть градусную меру дуги окружности.

Ход урока

I. Анализ самостоятельной работы.

II. Объяснение нового материала.

Материал лучше дать в виде короткой лекции. Желательно, чтобы в тетрадях учащихся остался конспект этой лекции.



$\angle AOC$, $\angle BOC$, $\angle AOB$ – центральные углы;

$\cup AB$ и $\cup ACB$ – полуокружности;

$\cup AC$ и $\cup BC$ меньше полуокружности;

$\cup BAC$ и $\cup ABC$ больше полуокружности;

$\cup AC = \angle AOC$; $\cup BC = \angle BOC$; $\cup AB = \cup ACB = \angle AOB$.

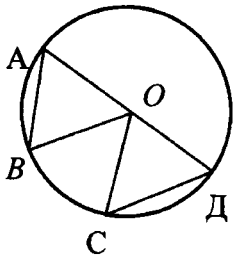
$\cup BAC = 360° - \angle BOC$; $\cup ABC = 360° - \angle AOC$;

$\cup AC + \cup ABC = \angle AOC + (360° - \angle AOC) = 360°$.

III. Закрепление изученного материала.

Решить № 650 (а, в) – устно, № 651 (а), № 716.

№ 716.



Решение.

$\cup AB = \angle AOB$, $\cup СД = \angle СОД$, по условию $\cup AB = \cup СД$, следовательно, $\angle AOB = \angle СОД$.

Поэтому $\Delta AOB = \Delta СОД$ по двум сторонам и углу между ними.

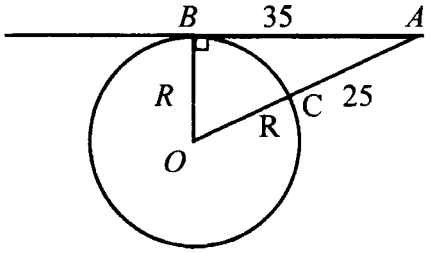
($AO = BO = CO = ДО$ и $\angle AOB = ОД$.) Тогда $AB = СД$.

IV. Итоги урока.

Домашнее задание: вопросы 8, 9, 10, с. 187; № 650 (б), 651 (б), 652.

Для желающих.

1. Из точки, кратчайшее расстояние которой до окружности равно 25 мм, проведена к окружности касательная. Отрезок этой касательной между данной точкой и точкой касания равен 35 мм. Найти длину диаметра окружности.



Решение.

ΔAOB, $\angle B = 90°$.

По теореме Пифагора

$OA^2 = OB^2 + AB^2$

$(R + AC)^2 = R^2 + AB^2$

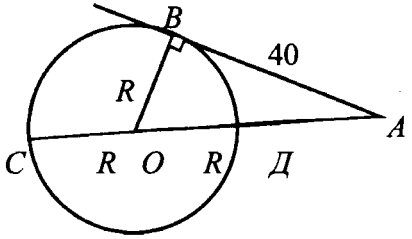
$(R + 25)^2 = R^2 + 35^2$

$R^2 + 50R + 625 = R^2 + 1225$

$R = 12$

Длина диаметра равна 24 мм.

2. Из точки, наибольшее расстояние которой до окружности 50 мм, проведена к окружности касательная. Отрезок этой касательной между точкой касания и данной точкой равен 40 мм. Найти длину диаметра окружности.



Решение.

ΔABO, $\angle B = 90°$.

По теореме Пифагора

$OA^2 = AB^2 + OB^2$

$(50 - R)^2 = 40^2 + R^2$

$2500 - 100R + R^2 = 1600 + R^2$

$R = 9$

Длина диаметра окружности 18 мм.

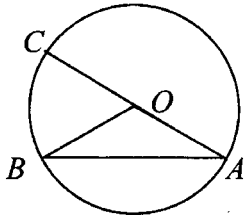
Урок 2

Цели: ввести понятие вписанный угол; доказать теорему об измерении вписанных углов и следствие из нее.

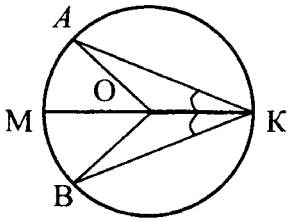
Ход урока

I. Проверка домашнего задания.

Выполнить устно:



1. $\cup BC = 70°$.
Найти углы ΔABO.

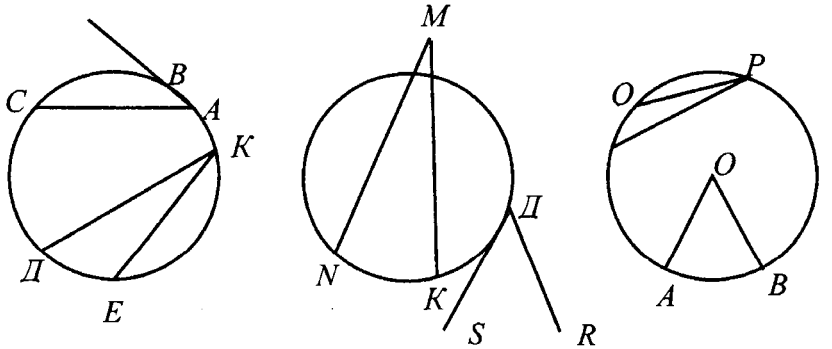


2. KM – биссектриса угла AKB. Доказать: OM биссектриса угла AOB.

II. Объяснение нового материала.

1. Ввести понятие о вписанном угле. На закрепление этого понятия рассмотреть задание:

1) Какие углы являются вписанными на рисунках?



2) На какую дугу опирается вписанный угол?

2. Разобрать только первый случай возможного расположения центра окружности относительно сторон угла.

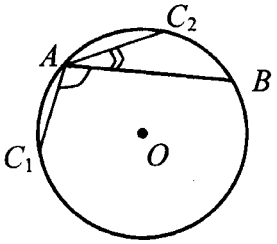
3. Обсудить доказательство двух других случаев и оставить на самостоятельное рассмотрение.

4. Обсудить идею, на которой основано доказательство двух следствий из теоремы, и предложить учащимся самостоятельно провести его.

III. Закрепление изученного материала.

Выполнить № 653 (устно), 654 (устно), 655, 656, 658, 659 (устно), 661.

№ 656.



Решение.

По теореме о величине вписанного угла $\angle BAC = \frac{1}{2} \cup BC$. Рассмотрим два возможных случая расположения точки C на окружности:

1) точка $C \in \cup AB$.

2) точка $C \notin \cup AB$.

В первом случае обозначим точку C через C_1, во втором через C_2.

1) $\cup BC_1 = 360° - \cup AC - \cup AB = 360° - 43° - 115° = 202°$,

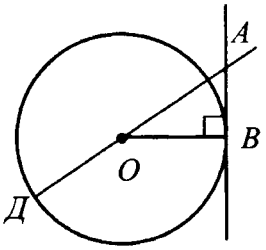
$\angle BAC_1 = \frac{1}{2} \cdot 202 = 101°$,

2) $\cup BC_2 = \cup AB - \cup AC_2 = 115° - 43° = 72°$,

$\angle BAC_2 = \frac{1}{2} \cdot 72 = 36°$.

Ответ: 101°, 36°.

№ 658.



Решение.

1) $\angle ВОД = \cup ВД$, $\angle АОД = 180°$

$\angle АОВ = \angle АОД - \angle ВОД =$

$= 180° - 110°20'$

$\angle АОВ = 69°40'$

2) $\Delta АОВ$ – прямоугольный,

$\angle ОВА = 90°$

$\angle АОВ + \angle ВАО = 90°$. Тогда

$\angle ВАД = \angle ВАО = 90° - \angle АОВ =$

$= 90° - 69°40'$

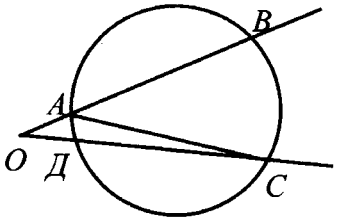
$\angle ВАД = 20°20'$.

3) $\Delta ВОД$ – равнобедренный с основанием $ВД$, так как $ВО = ОД$, тогда $\angle ОВД = \angle ОДВ$ как углы при основании.

4) $\angle ОДВ = \dfrac{180° - \angle ВОД}{2} = \dfrac{180° - 110°20'}{2} = \dfrac{69°40'}{2} = 34°50'$.

5) $\angle АДВ = \angle ОДВ = 34°50'$.

№ 661.



Решение.

1) По теореме о величине вписанно угла $\angle АСД = \dfrac{1}{2} \cup АД$.

$\angle ВАС = \dfrac{1}{2} \cup ВС$.

2) $\Delta АОС$:

$\angle АОС + \angle ОАС + \angle АСО = 180°$

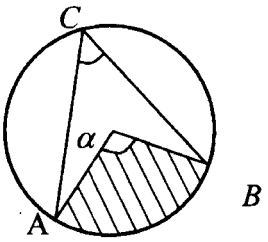
$\angle ОАС = 180° - \angle ВАС$.

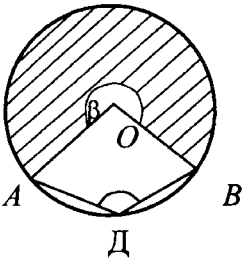
3) $\angle АОД = \angle АОС = 180° - \angle ОАС - \angle АСО = 180° - (180° - \angle ВАС) - \angle АСД = \angle ВАС - \angle АСД = \dfrac{1}{2}(\cup ВС - \cup АД) =$

$= \dfrac{1}{2}(140° - 52°) = 44°$

IV. Итоги урока.

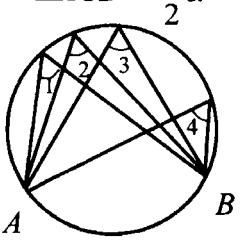
Угол, вписанный в окружность, равен половине соответствующего центрального угла



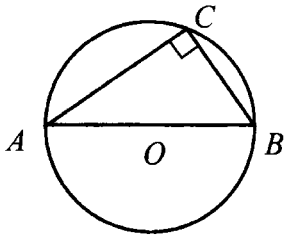


$\angle АСВ = \dfrac{1}{2}\alpha$

$\angle АДВ = \dfrac{1}{2}\beta$



$\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \angle 4$



AB – диаметр,
$\angle ACB$ – прямой.

Домашнее задание: вопросы 11, 12, 13, с. 187; № 657, 660, 663; повторить I признак подобия треугольников.

Для желающих № 662, 664.

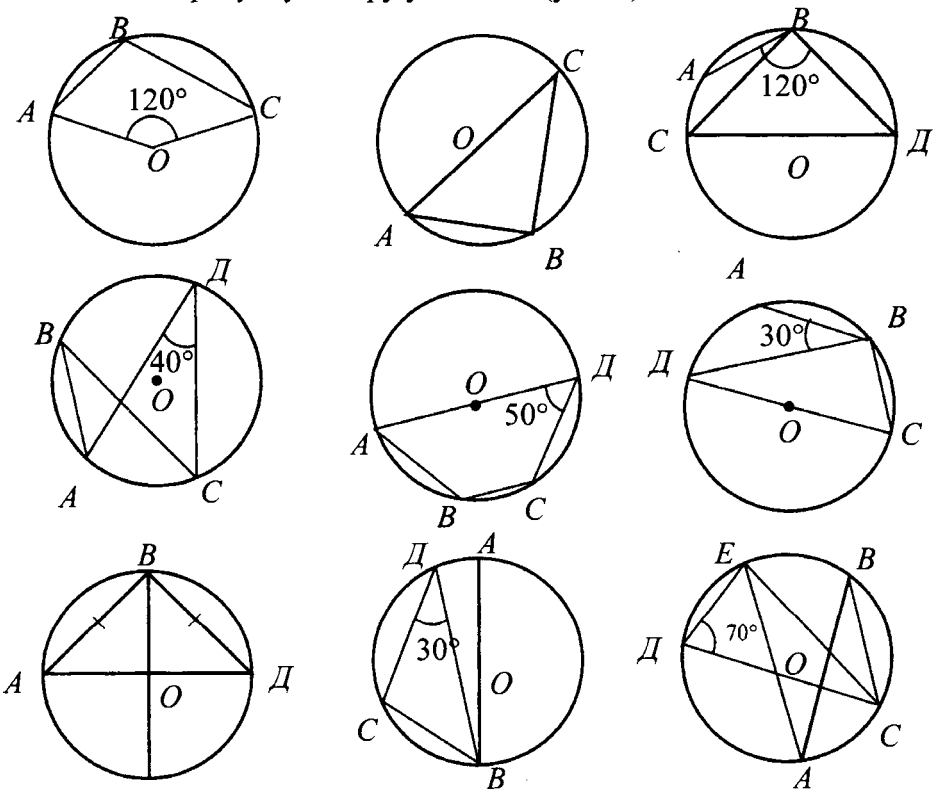
Урок 3

Цели: рассмотреть теорему об отрезках пересекающихся хорд и применение изученного материала при решении задач.

Ход урока

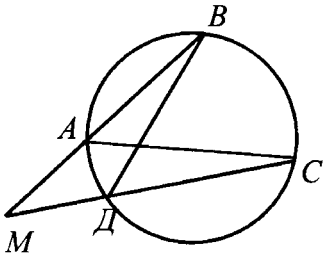
I. Проверка домашнего задания.

1. Найти градусную меру угла ABC (устно):



2. Рассмотреть решение задачи № 664.

II. Изучение нового материала.



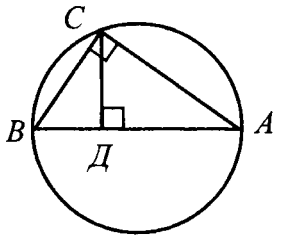
Докажите, что $\Delta AMC \sim \Delta ДMB$.

2. Доказать теорему о произведении отрезков пересекающихся хорд.

III. Закрепление изученного материала.

Решить № 666 (а; б), 668, 670, 671 (а), 673.

№ 668.

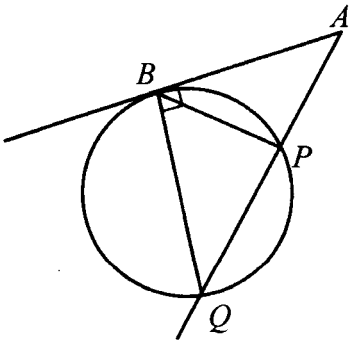


Решение.

1) $\angle ACB$ – вписанный и опирается на полуокружность, следовательно, $\angle ACB = 90°$.

2) $СД = \sqrt{АД \cdot ВД}$.

№ 670.



Решение.

1) $\angle ABP = \angle AQB$, так как $\angle ABP = \frac{1}{2} \cup BP$ (Задача № 664).

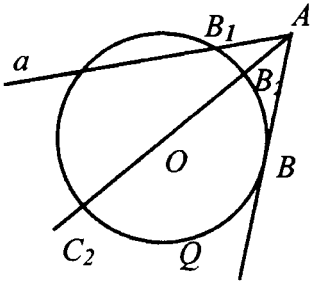
и $\angle AQB = \frac{1}{2} \cup BP$.

2) $\Delta ABP \sim \Delta AQB$ по двум углам (угол A – общий и $\angle ABP = \angle AQB$).

3) $\frac{AB}{AQ} = \frac{AP}{AB}$, $AB^2 = AP \cdot AQ$.

№ 671 (а). Для решения использовать задачу № 670.

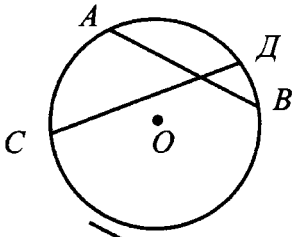
№ 672.



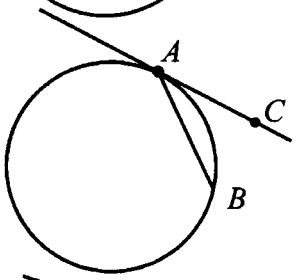
Решение.

1. Проведем касательную к окружности через точку A. Имеем AB – касательная к окружности.
2. AC_1 и AB – секущая и касательная, значит $AB^2 = AB_1 \cdot AC_1$
3. AC_2 и AB – секущая и касательная, поэтому $AB^2 = AB_2 \cdot AC_2$.
4. $AB_1 \cdot AC_1 = AB_2 \cdot AC_2$.

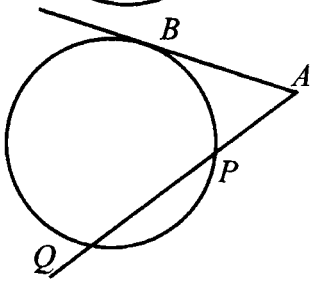
IV. Итоги урока.



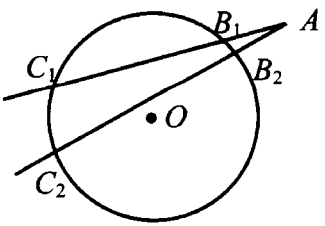
1) $АД$ и CB – хорды;
$AE \cdot ЕД = CE \cdot ЕД$.



2) AC – касательная; AB – хорда;
$\angle CAB = \frac{1}{2} \cup AB$.



3) AB – касательная;
AQ – секущая;
$AB^2 = AP \cdot AQ$.



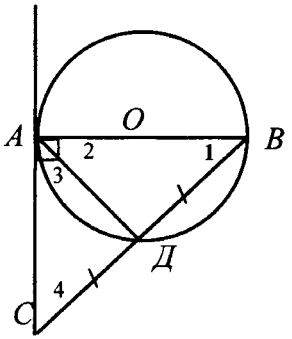
4) AC_1 и AC_2 – секущие;
$AB_1 \cdot AC_1 = AB_2 \cdot AC_2$.

Домашнее задание: вопросы 1–14, с. 187; № 666 (б), 667, 671; подготовиться к самостоятельной работе.

Для желающих № 718 (решение в учебном пособии, с. 188–189) и задача.

Задача.

Через конец B диаметра AB проведена секущая, которая пересекается в точке $Д$ с касательной, проведенной через другой конец диаметра A; радиус окружности равен 3 см. Найти длину отрезка касательной $АД$, если известно, что секущая $ВД$ в точке пересечения с окружностью делится пополам.



Решение.

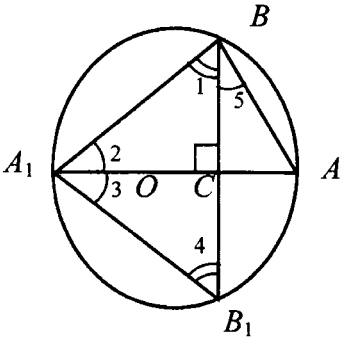
1. $\angle 3 = \frac{1}{2} \cup АД$, $\angle 1 = \frac{1}{2} \cup АД$, $\angle 1 = \angle 3$.

2. $\Delta АДС$: $\angle 3 + \angle 4 + \angle АДС = 180°$;
Из ΔABC: $\angle 4 = 90° - \angle 1$; но $\angle 1 = \angle 3$, поэтому $\angle 4 = 90° - \angle 3$.
Имеем $\angle 3 + 90° - \angle 3 + \angle АДС = 180°$
$\angle АДС = 90°$.

3. Получили ΔABC равнобедренный, т. к. $АД$ – медиана и высота.

4. $AB = AC = 6$ см.

№ 667.



Решение.

1) ΔABA_1 – прямоугольный, т. к. вписанный угол A_1BA опирается на полуокружность.

2) $\angle 5 = \angle 3$ как вписанные и опирающиеся на одну дугу AB_1.

3) $\angle 1 = 90° - \angle 5$, $\angle 4 = 90° - \angle 3$, но $\angle 3 = \angle 5$, поэтому $\angle 1 = \angle 4$.

4) ΔA_1BB_1 – равнобедренный, тогда $BC = B_1C$.

5) По теореме о произведении отрезков пересекающихся хорд $AC \cdot A_1C = BC \cdot B_1C$

$BC^2 = AC \cdot A_1C$, $BC = \sqrt{AC \cdot A_1C}$.

6) $BC = \sqrt{8 \cdot 4} = 4\sqrt{2}$ (см); $BB_1 = 8\sqrt{2}$ см.

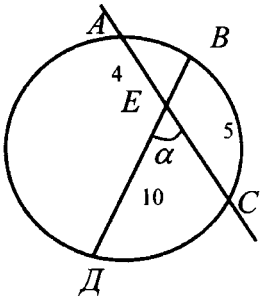
Урок 4

Цели: учить применять полученные знания при решении задач; способствовать развитию навыка решения задач.

Ход урока

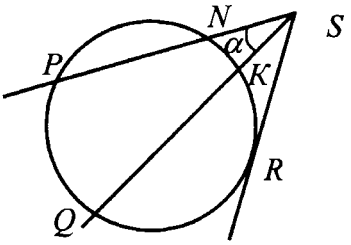
I. Проверка домашнего задания.
№ 667 рассмотреть решение на доске.

II. Решение задач (устно).



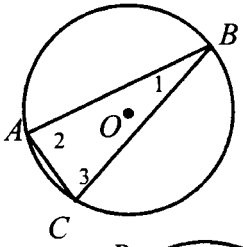
Найти: BE и α.
После решения задачи обратить внимание: угол, вершина которого лежит внутри круга, измеряется полусуммой двух дуг, одна из которых заключена между его сторонами, а другая – между продолжениями сторон.

$$\alpha = \frac{1}{2}\left(\cup AB + \cup СД\right).$$

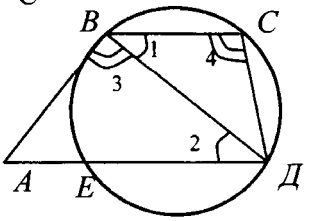


2) $SN = 4$
$SP = 9$
$SK = 3$
Найти: SR, SQ, α.
После решения задачи обратить внимание: угол, вершина которого лежит вне круга, измеряется полуразностью двух дуг, заключенных между его сторонами.

$$\alpha = \frac{1}{2}\left(\cup PQ - \cup NK\right).$$



3) $\cup AC : \cup AB : \cup CB = 3 : 7 : 8$
Найти: $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$.



4) Окружность проходит через вершины B, C, $Д$ трапеции $ABСД$ ($АД$ и BC – основания) и касается стороны AB в точке B.
Докажите, что $ВД = \sqrt{BC \cdot АД}$.
Решение.
1) Так как $BC \parallel АД$, то $\angle 1 = \angle 2$.

2) $\angle 3 = \frac{1}{2} \cup ВЕД$, $\angle 4 = \frac{1}{2} \cup ВЕД$, $\angle 3 = \angle 4$.

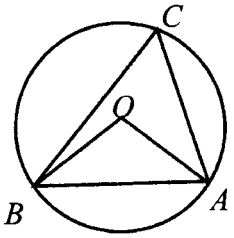
3) $\Delta АВД \sim \Delta ВСД$ (по двум углам)

$\frac{ВД}{ВС} = \frac{АД}{ВД}$; $ВД^2 = ВС \cdot АД$;

$ВД = \sqrt{ВС \cdot АД}$.

III. Самостоятельная работа.

Вариант I.



1. Точки *A, B, C* лежат на окружности с центром *O*, $\angle AOB = 80°$, $\cup AC : \cup BC = 2 : 3$.
Найдите углы треугольника *ABC*.

2. Хорды *AB* и *СД* пересекаются в точке *K*, причем хорда *AB* делится точкой *K* на отрезки, равные 10 см и 6 см. На какие отрезки точка *K* делит хорду *СД*, если *СД* > *AB* на 3 см?

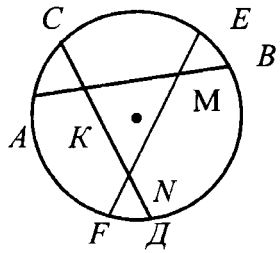
Вариант II.

1. Вершины треугольника *ABC* лежат на окружности с центром *O* (см. рис. к задаче 1 I варианта), $\angle ABC = 80°$, $\cup BC : \cup AB = 3 : 2$. Найдите углы треугольника *AOB*.

2. Хорды *MN* и *KL* пересекаются в точке *A*, причем хорда *MN* делится точкой *A* на отрезки, равные 1 см и 15 см. На какие отрезки точка *A* делит хорду *KL*, если *KL* в два раза меньше *MN*?

Вариант III (для более подготовленных учащихся).

1. Окружность с центром *O* касается сторон *AB, BC, AC* треугольника *ABC* соответственно в точках *K, M, N*, $\cup KM : \cup MN : \cup NK = 6 : 5 : 7$. Найдите углы треугольника *ABC*.



2. Хорды *AB, СД, EF* окружности с центром *O* попарно пересекаются в точках *K, M, N*, причем каждая хорда делится этими точками на равные части. Найдите периметр треугольника *KMN*, если *AB* = 12 см.

IV. Итоги урока.

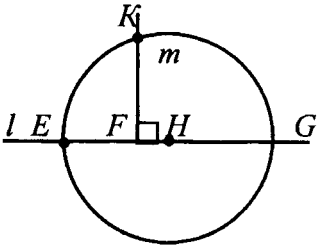
Домашнее задание: вопросы 1–14, с. 187; № 665, 669.

№ 669.

Решение.

Дано: 

Построить: отрезок $ХУ = \sqrt{АВ \cdot СД}$.



Построение.

1) Отложим на произвольной прямой l отрезки $EF = AB$ и $FG = СД$.

2) Разделим отрезок EG пополам и получим точку H.

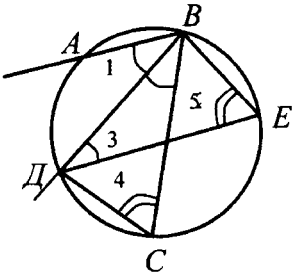
3) Проведем окружность с центром в точке Н и радиусом EH.

4) Из точки F восстановим перпендикуляр m к прямой l и пусть K – любая из точек пересечения m с окружностью.

5) FK – искомый отрезок.

Для желающих.

Через точку пересечения окружности с биссектрисой описанного угла проведена хорда, параллельная одной стороне угла. Докажите, что эта хорда равна другой стороне вписанного угла.



Решение.

1) Так как $ДЕ \parallel АВ$ и $ВД$ – биссектриса угла $АВС$, то $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$.

2) $\angle 4 = \angle 5$ как вписанные опирающиеся на одну дугу $ВД$.

3) $\Delta ВСД = \Delta ДЕВ$ (по стороне и двум углам).

4) $ДЕ = ВС$.

ЧЕТЫРЕ ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ ТОЧКИ ТРЕУГОЛЬНИКА (§ 3)

(3 часа)

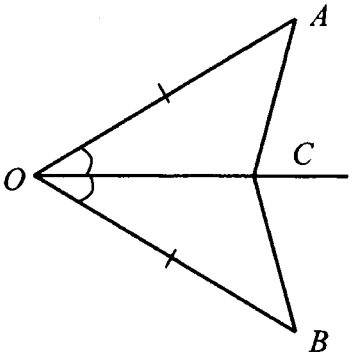
Урок 1

Цели: рассмотреть теорему о свойстве биссектрисы угла и ее следствие.

Ход урока

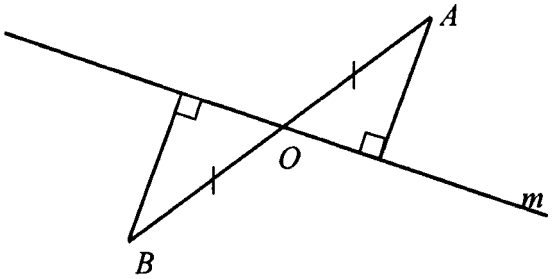
I. Проверка домашнего задания.

1. № 669 вынести решение на доску.
2. Решить устно:



1) Докажите, что $S_{AOC} = S_{BOC}$.

2) Прямая m пересекает отрезок AB в его середине. Докажите, что концы отрезка AB равноудалены от прямой m.



II. Изучение нового материала.

1) Доказательство теоремы.

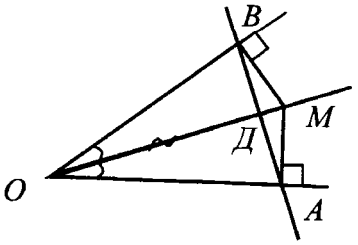
2) Доказательство следствия из теоремы.

Изложить лучше самому учителю в виде небольшой лекции.

III. Закрепление изученного материала.

Решить № 674, 675, 676 (а).

№ 674.



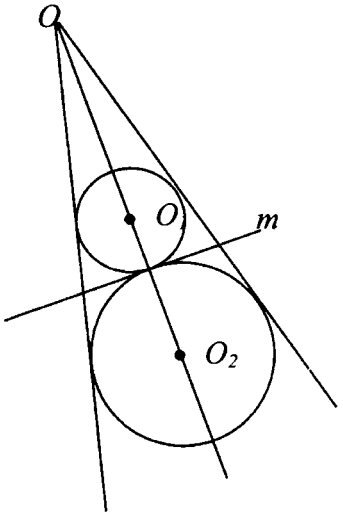
Решение.

1) $\Delta AOM = \Delta BOM$ (по гипотенузе и острому углу), тогда $AO = OB$.

2) ΔAOB – равнобедренный, поэтому биссектриса $OД$ является высотой, т. е. $ДO \perp AB$.

3) Так как $Д \in OM$, то $AB \perp OM$.

№ 675.

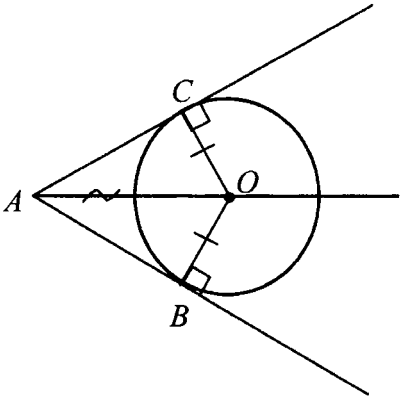


Решение.

1) Т. к. отрезки касательных к окружности, проведенные из одной точки, равны и составляют равные углы с прямой, проходящей через эту точку и центр окружности, то точки O_1 и O_2 лежат на биссектрисе угла (следствие из теоремы п. 69), и, значит, точки O, O_1 и O_2 лежат на одной прямой.

2) $O_1A \perp m$ и $O_2A \perp m$ (свойство касательной), следовательно, точки A, O_1 и O_2 лежат на одной прямой. Таким образом, точки A, O, O_1, O_2 лежат на одной прямой. Тогда точки O_1 и O_2 лежат на прямой OA.

№ 676 (а).



Решение.

1) $\Delta AOB = \Delta AOC$ (по гипотенузе и катету), тогда $\angle OAB = \angle OAC = \frac{1}{2}\angle BAC$.

2) ΔAOB, $\angle B = 90°$

$\sin \angle OAB = \frac{BO}{OA}$,

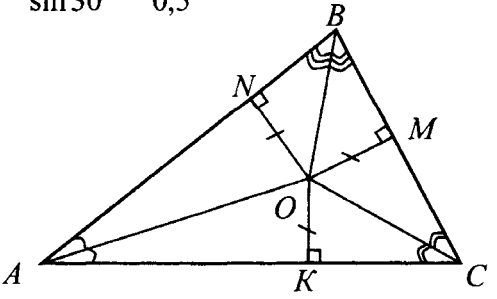
$BO = OA \cdot \sin\angle OAB =$

$= OA \cdot \sin\left(\frac{1}{2}\angle BAC\right)$,

$$OA = \frac{BO}{\sin\left(\frac{1}{2}\angle BAC\right)}; \quad OA = \frac{5}{\sin 30°} = \frac{5}{0{,}5} = 10 \text{ (см)}.$$

IV. Итоги урока.

$OK = ON = OM$.



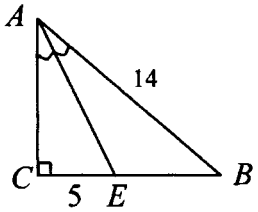
Домашнее задание: вопросы 15, 16, с. 187; № 676 (б), 778 (а).

Урок 2

Цели: ввести понятие серединного перпендикуляра к отрезку; рассмотреть теорему о серединном перпендикуляре и следствие из него.

Ход урока

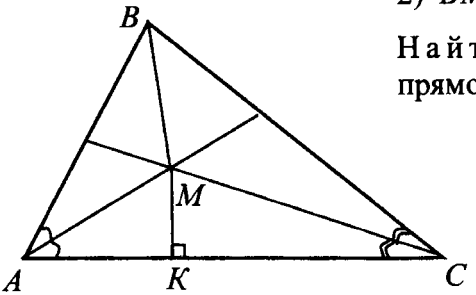
I. Проверка домашнего задания.



1. № 778 (а) вынести решение на доску.

2. Решить устно:

1) Найти: S_{ABE}.



2) $BM = m$, $\angle ABC = \alpha$

Найти расстояние от точки M до прямой AC.

II. Изучение нового материала.

1. Прямая KM перпендикулярна к стороне AB треугольника ABC и делит ее пополам. Точка M лежит на стороне AC. Докажите, что $AC > BC$.

2. Ввести понятие серединного перпендикуляра к отрезку.

3. Доказать теорему о свойстве серединного перпендикуляра.

4. Доказать следствие из этой теоремы.

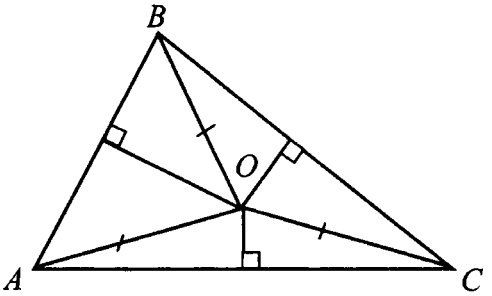
Доказательство теоремы о серединном перпендикуляре к отрезку и следствия из нее также желательно изложить учителю самому.

III. Закрепление изученного материала.

Решить № 679 (б), 680, 682.

IV. Итоги урока.

$AO = OB = OC$.



Домашнее задание: вопросы 17–19, с. 187–188; № 679 (а), 681, 686 (решена в учебном пособии).

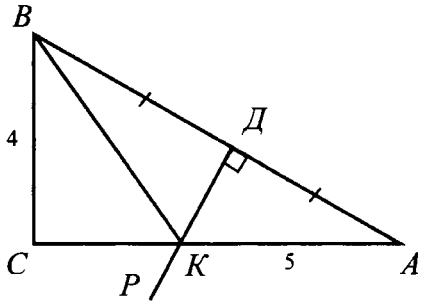
Урок 3

Цели: рассмотреть теорему о точке пересечения высот треугольника.

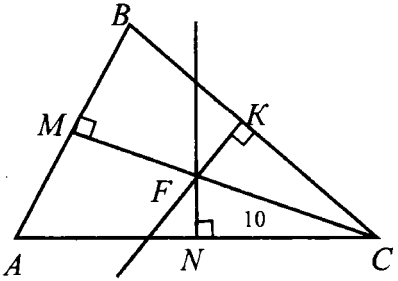
Ход урока

I. Проверка домашнего задания.

Решить устно:



1. Найти: P_{BKC}, P_{ABC}.



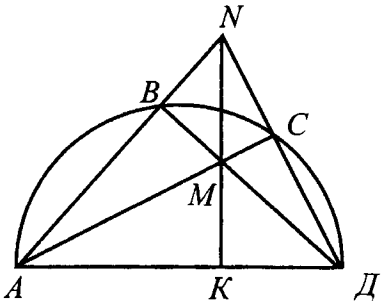
2. FK, FN серединные перпендикуляры
$AB = 16$
$CF = 10$
Найти расстояние от точки F до стороны AB.

II. Изучение нового материала.

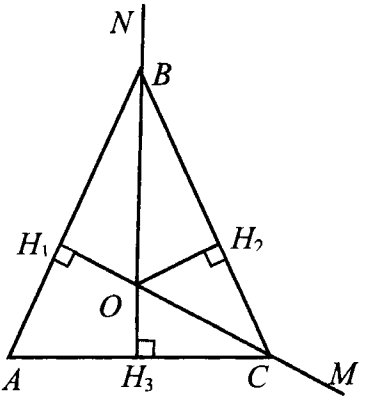
Теорему о точке пересечения высот треугольника учителю желательно прокомментировать по заранее заготовленному чертежу, а детальное доказательство предложить учащимся провести дома самостоятельно или с помощью учебника.

III. Закрепление изученного материала.

1. Решить устно:



Дуга *АД* – полуокружность. Доказать $MN \perp АД$.



2. Решить № 677, 684, 687.

№ 677.

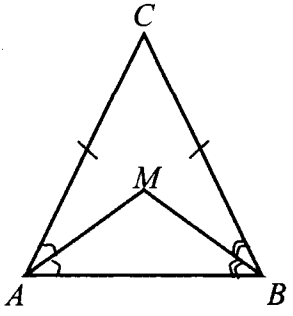
Решение.

1) $\angle ABO = 180° - \angle ABN = 180° - \angle CBN = \angle CBO$, т. е. BO – биссектриса $\angle ABC$, аналогично CO – биссектриса $\angle ACB$.

2) По теореме о биссектрисе угла точка O равноудалена от сторон AB, BC, AC. Таким образом, $OH_1 = OH_2 = OH_3$, где $OH_1 \perp AB$, $OH_2 \perp BC$, $OH_3 \perp AC$.

2. Получили, что AB, BC, AC – касательные к окружности с центром в точке O и радиусом, равным OH_1.

№ 684.



Решение.

1) По свойству углов при основании равнобедренного треугольника $\angle CAB = \angle CBA$.

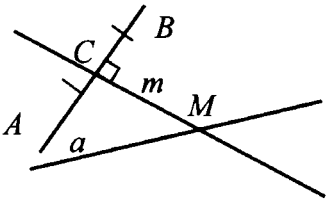
Тогда $\angle MAC = \angle MAB = \frac{1}{2}\angle CAB =$

$= \frac{1}{2}\angle CBA = \angle MBC = \angle MBA$.

2) ΔMAB – равнобедренный, $AM = BM$ и точка M лежит на серединном перпендикуляре к AB.

3) Так как $AC = CB$, то точка C также лежит на серединном перпендикуляре к AB. Таким образом, $CM \perp AB$.

№ 687.



Решение.

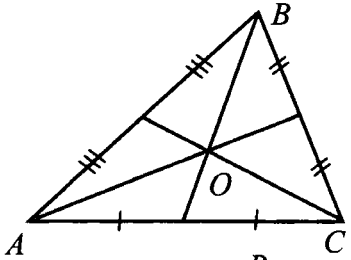
1) Построим серединный перпендикуляр m к отрезку AB.

2) Точка M – точка пересечения m с a.

3) M – искомая.

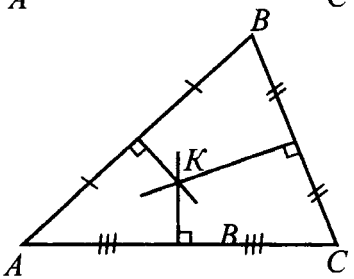
Задача имеет решение в случае, если прямая AB не перпендикулярна к данной прямой a.

IV. Итоги урока. Четыре замечательные точки треугольника.



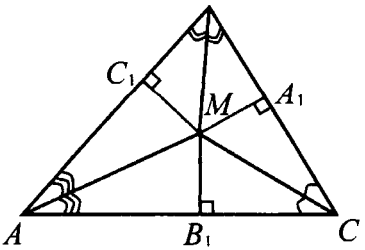
1) O – точка пересечения медиан треугольника ABC.

$AM : MA_1 = BM = MB_1 = CM = MC_1$ $= = 2 : 1$.



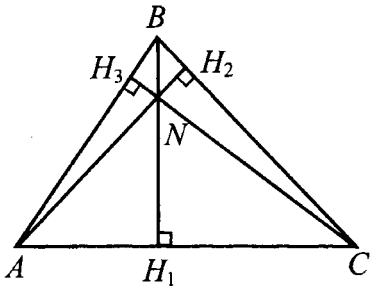
2) K – точка пересечения серединных перпендикуляров к сторонам треугольника ABC.

$AK = KC = KB$.



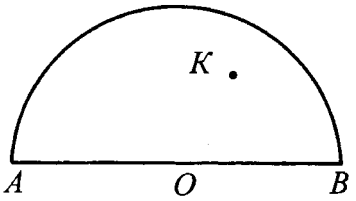
3) M – точка пересечения биссектрис углов треугольника ABC.

$MC_1 = MA_1 = MB_1$.



4) N – точка пересечения высот треугольника (или их продолжений).

Домашнее задание: вопросы 1– 20, с. 187–188; № 688, 720.
Рекомендовать решать № 720 методом от противного.
Для желающих.



1) Полуокружность с концами AB и отмечена точка K. С помощью одной линейки постройте прямую, проходящую через точку K и перпендикулярную к прямой AB. (Использовать решение и чертеж устной задачи урока.)

ВПИСАННАЯ И ОПИСАННАЯ ОКРУЖНОСТИ (§ 4)

(4 часа)

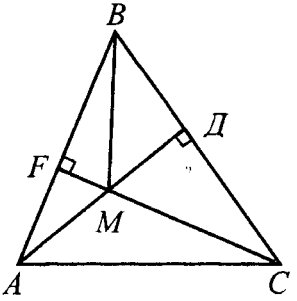
Урок 1

Цели: ввести понятие вписанной окружности и описанного около окружности многоугольника; рассмотреть теорему о том, что в любой треугольник можно вписать окружность.

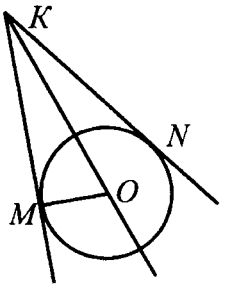
Ход урока

I. Проверка домашнего задания.

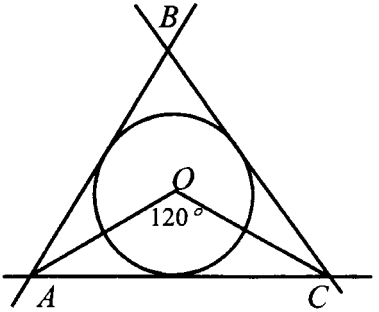
Выполнить устно:



1) а) Докажите, что $\angle ABM = \angle MCA$.
б) $AM = 4$, $MД = 3$, $BД = 4$.
Найти расстояние от точки M до стороны AC.

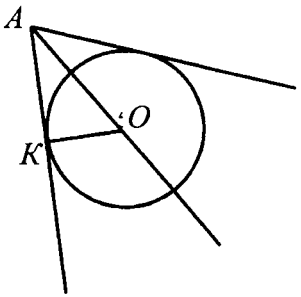


2) Найдите $\angle MKN$ и расстояние MN, если $OM = \sqrt{3}$, $KM = 3$.



3) Найти углы ΔABC,

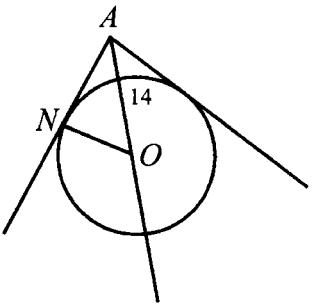
если $\angle OAC = 20°$ и $\angle AOC = 120°$



4) стороны угла A касаются окружности радиуса r с центром O.

а) Найдите OA, если $r = 5$ см

$\angle A = 60°$.



б) Найдите r, если $OA = 14$ дм,

$\angle A = 90°$.

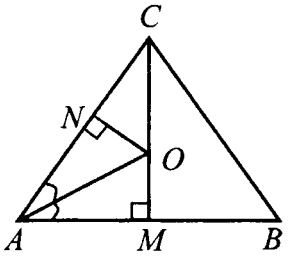
II. Изучение нового материала.

Изложить в виде лекции п. 74 до замечания 2.

III. Закрепление изученного материала.

Выполнить № 701 (для остроугольного треугольника), 689, 691.

№ 689.



Решение.

1) Центр O вписанной окружности искомого радиуса r лежит на биссектрисе CM треугольника ABC, а так как $CM \perp AB$, то вписанная окружность касается отрезка AB в точке M. Поэтому $OM = r$.

Далее обсудить с учащимися различные способы решения этой задачи:

Способ I.

1. $AM = \frac{1}{2}AB = 5$ см.

2. M и N – точки касания, следовательно, $AN = AM = 5$ см, откуда $CN = AC - AN = 8$ см.

3. В ΔACM: $CM = \sqrt{AC^2 - AM^2} = 12$ (см).

4. В ΔCON: $CO^2 = CN^2 + ON^2$, т. е.

$(12 - r)^2 = 8^2 + r^2$

$144 - 24r + r^2 = 64 + r^2$.

$r = 3\frac{1}{3}$.

$OM = ON = 3\frac{1}{3}$ см.

Способ II.

1. В ΔACM: $AM = \frac{1}{2}AB = 5$ см

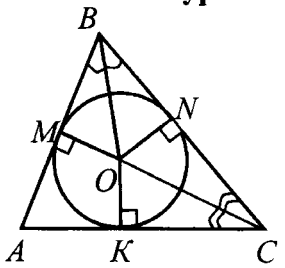
$CM = \sqrt{AC^2 - AM^2} = 12$ (см).

2. Отрезок AO – биссектриса треугольника AMC (так как O – центр вписанной окружности), поэтому $\frac{OM}{OC} = \frac{AM}{AC}$ или

$\frac{r}{12 - r} = \frac{5}{13}$; $13r = 60 - 5r$, $r = 3\frac{1}{3}$

$OM = ON = 3\frac{1}{3}$ см.

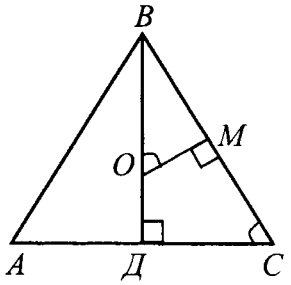
IV. Итоги урока.



1) Центр вписанной в треугольник окружности в точке пересечения биссектрис;
2) $OM = ON = OK$ – радиусы вписанной окружности;
3) окружность единственная для данного треугольника.

Домашнее задание: вопросы 21, 22, с. 188; № 701 (для прямоугольного и тупоугольного треугольников), 637, 690, 693 (а), 693 (б) – по желанию и используя № 697 III способ решения № 698.

№ 690.



Решение.
1) O – центр вписанной окружности в треугольник ABC, который лежит на высоте (биссектрисе) равнобедренного треугольника, проведенной к основанию.
2) $OM = ОД$ – радиусы этой окружности.
3) Пусть k – коэффициент пропорциональности, тогда $OB = 12k$ см, $ОД = OM = 5k$ см.

4) Прямоугольные треугольники $ВДС$ и BMO имеют общий угол B, и значит, $\Delta ВДС \sim \Delta BMO$ по первому признаку.

5) $\dfrac{BC}{BO} = \dfrac{ДС}{OM}$.

6) Из прямоугольного треугольника $ВДС$ по теореме Пифагора имеем: $ДС = \sqrt{BC^2 - ВД^2} = \sqrt{60^2 - (17k)^2}$

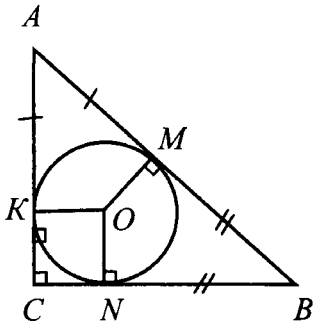
7) $\dfrac{60}{12k} = \dfrac{\sqrt{60^2 - 289k^2}}{5k}$; $5 = \dfrac{\sqrt{3600 - 289k^2}}{5}$;

$625 = 3600 - 289k^2$

$k^2 = \dfrac{175}{17}$

8) $ДС = \sqrt{3600 - 289 \cdot \dfrac{175}{17}} = 25$ (см).

№ 693 (а).



Решение.

1) $AC \parallel ON$, т. к. $AC \perp CB$ и $ON \perp CB$
$CB \parallel OK$, т. к. $CB \perp AC$ и $OK \perp AC$, значит, четырехугольник $KONC$ – прямоугольник, а так как $KO = CN = r = ON = KC$, то $KONC$ – квадрат.

2) $\Delta AKO = \Delta AMO$ (по катету и гипотенузе), поэтому $AK = AM$.

3) $\Delta BNO = \Delta BMO$ (по катету и гипотенузе).

4) $P_{ABC} = AB + BC + AC = \underline{AM} + \underline{\underline{MB}} + \underline{\underline{NB}} + CN + KC + \underline{AK}$.
$P_{ABC} = 2AM + 2MB + 2CN = 2(AM + MB + CN)$
а) $P_{ABC} = 2(AB + CN) = 2(26 + 4) = 60$ (см)
б) Из ΔABC, $\angle C = 90°$ имеем по теореме Пифагора:
$AC^2 = AB^2 - CB^2 = AB^2 - (CN + NB) = 17^2 - (5 + r)^2$
$BC^2 = AB^2 - AC^2 = AB^2 - (AK + KC) = 17^2 - (12 + r)^2$
$AB^2 = AC^2 + BC^2$
$17^2 = 17^2 - (5 + r)^2 + 17^2 - (12 + r)^2$
$2r^2 + 34r - 120 = 0$
$r^2 + 17r - 60 = 0$
$r = 3$ (второй корень не удовлетворяет условию задачи).
$P_{ABC} = 2(AB + CN) = 2(17 + 3) = 40$ (см).

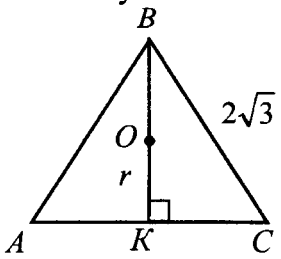
Урок 2

Цели: доказать свойство описанного четырехугольника и научить применять его при решении задач.

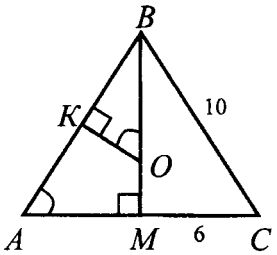
Ход урока

I. Проверка домашнего задания.

1. № 690 и 693 (а) вынести решение на доску.
2. Решить устно.



1) Найдите радиус окружности, вписанной в равносторонний треугольник, если сторона треугольника $2\sqrt{3}$.



2) Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник со сторонами 10 см, 10 см, 12 см.

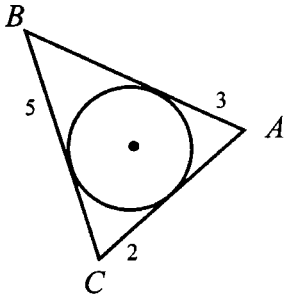
Решение.

$BM = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$

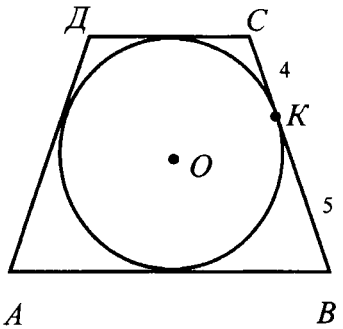
$OM = r$, $BO = 8 - r$

$\Delta ABM \sim OBK$ (угол B – общий)

$\frac{8-r}{10} = \frac{r}{6}$; $r = 3$.



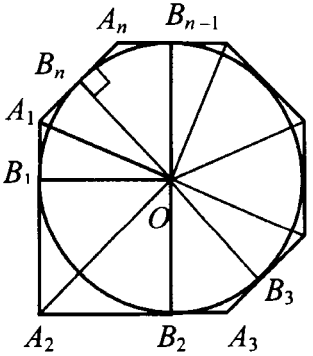
3) Найти периметр треугольника ABC.



4) $ABCД$ – равнобедренная трапеция. Найти: $ДC$ и AB.

II. Изучение нового материала.

1. Рассмотреть свойство описанного четырехугольника.
2. Решение задачи № 697.



Пусть окружность радиуса r с центром O вписана в многоугольник $A_1A_2 \ldots A_n$ и пусть $B_1, B_2, \ldots, B_n$ – точки касания. Тогда $OB_1 = OB_2 = \ldots = OB_n = r$ и $OB_1 \perp A_1A_2$, $OB_2 \perp A_2A_3, \ldots, OB_n \perp A_1A_n$.

$$S_{A_1A_2\ldots A_n} = S_{A_1OA_2} + S_{A_2OA_3} + \ldots + S_{A_nOA_1};$$

$$S_{A_1A_2\ldots A_n} = \frac{1}{2}A_1A_2 \cdot r + \frac{1}{2}A_2A_3 \cdot r + \ldots +$$

$$+ \frac{1}{2}A_nA_1 \cdot r;$$

$$S_{A_1A_2\ldots A_n} = \frac{1}{2}r\left(A_1A_2 + A_2A_3 + \ldots + A_nA_1\right) = \frac{1}{2}rP_{A_1A_2\ldots A_n} = pr,$$

где p – полупериметр многоугольника.

$$\boxed{S = pr}$$

III. Закрепление изученного материала.

Выполнить № 695 (устно), № 698.

IV. Самостоятельная работа обучающего характера.

Вариант I.

Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 10 см, радиус вписанной в этот треугольник окружности 2 см. Найдите периметр треугольника и его площадь.

Вариант II.

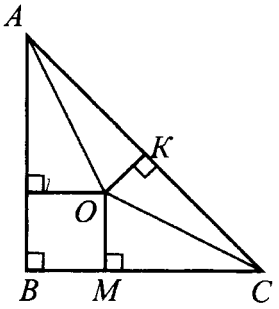
Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник, равен 2 см, а сумма катетов равна 17 см. Найдите периметр треугольника и его площадь.

Вариант III (для более подготовленных учащихся).

Докажите, что радиус окружности, вписанной в равнобедренную трапецию с основаниями *а* и *в*, равен $\frac{1}{2}\sqrt{ав}$.

Решение можно проверить в классе с помощью закрытой доски.

Вариант I.



Используя решение задачи № 693, имеем $P_{ABC} = 2\,(AC + r) = 2(10 + 2) = 24$ (см)

$S_{ABC} = p \cdot r = 12 \cdot 2 = 24$ (см^2).

Вариант II.

Используя решение задачи № 693, имеем

$AB + BC = AN + NB + MB + CM = AK + r + r + KC$

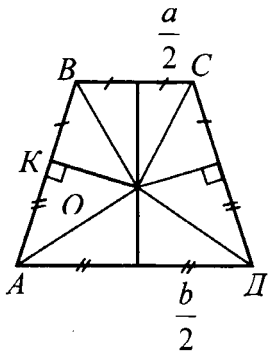
$AB + BC = AC + 2r$; $AC = AB + BC - 2r$

$P_{ABC} = 2\,(AC + r) = 2\,(AB + BC - 2r + r)$

$P_{ABC} = 2(17–2) = 30$ (см)

$S_{ABC} = p \cdot r = 15 \cdot 2 = 30$ (см^2).

Вариант III.



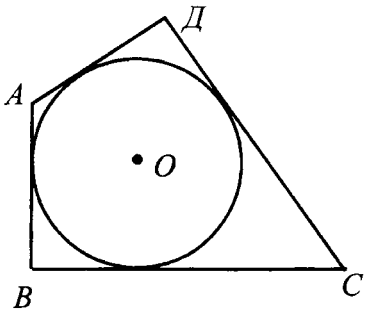
1) $\angle ABC + \angle BAД = 180°$

BO и AO – биссектрисы

$\angle OAB + \angle OBA = 90°$, тогда $\angle AOB = 90°$.

2) $OK = \sqrt{AK \cdot KB} = \sqrt{\frac{b}{2} \cdot \frac{a}{2}} = \frac{\sqrt{ba}}{2}$.

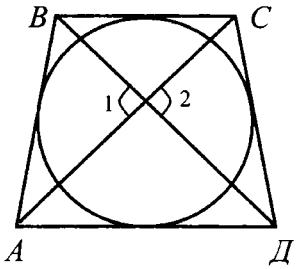
V. Итоги урока.



1. $ABCД$ – четырехугольник

1) $AB + ДC = AД + BC$, можно вписать окружность

2) если вписана окружность, то $AB + ДC = AД + BC$.



2. $ABCД$ – равнобокая трапеция

1) $AB + ДC = BC + AД$, если вписана окружность и наоборот.

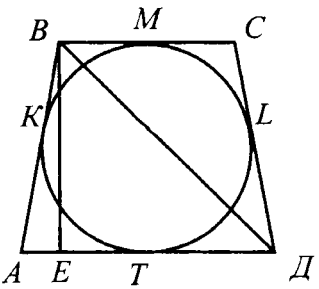
2) $\angle 1 = \angle 2 = 90°$

3) $r = \frac{\sqrt{ав}}{2}$.

Для разносторонней трапеции выполняются только 1-е и 2-е свойства.

Домашнее задание: вопрос 23, с. 188; № 641, 696, повторить решение задачи № 697.

Для желающих.



$ABCД$ – трапеция, описанная вокруг окружности. $AB = СД$, $ВД = 5$, $S_{ABCД} = 12$

Найти: $P_{ABCД}$.

Решение.

1) $BK = BM = ET$

$KA = LД = ДT$

2) Тогда $ВК = ЕТ$, $КА = ДТ$.
3) Поэтому $ЕД = АВ$.
4) Пусть $АВ = ЕД = x$
5) $BE = \sqrt{ВД^2 - ДЕ^2} = \sqrt{25 - x^2}$
6) $S_{АВСД} = \frac{АД + ВС}{2} \cdot BE = \frac{АВ + СД}{2} \cdot BE = АВ \cdot BE$
$S_{АВСД} = x\sqrt{25 - x^2}$
$12^2 = x^2 (25 - x^2)$
$144 = 25x^2 - x^4$
$x_1 = 4$, $x_2 = 3$
$АВ = 4$, $АВ = 3$ не удовлетворяет условию задачи
$P_{АВСД} = 4\,АВ = 16$.

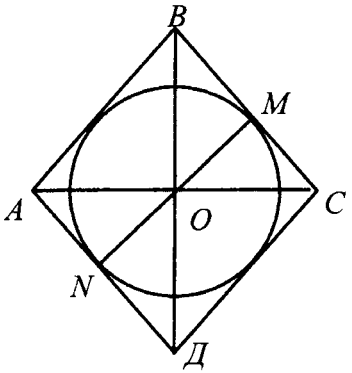
Урок 3

Цели: ввести понятие описанной около многоугольника окружности; рассмотреть теорему об окружности, описанной около треугольника.

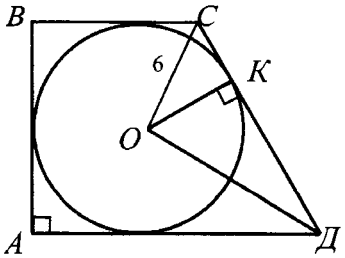
Ход урока

I. Проверка домашнего задания.

Решить устно:



1. $АВСД$ – ромб
$СД = 32$, $ВС = 20$
Найти: r.
Решение.
1) Из $\Delta ВОС$ по теореме Пифагора
$ОС^2 = ВС^2 - ОВ^2 = 400 - 256 = 144$
$ОС = 12$
2) $S_{АВСД} = \frac{1}{2} ВД \cdot АС = 32 \cdot 12 = 384$
3) $S_{АВСД} = ВС \cdot NM = 20 \cdot MN$
$384 = 20MN$; $MN = 19{,}2$
4) $2r = MN$, $r = 9{,}6$.



2. $АВСД$ – трапеция
$СО = 6$, $ОД = 8$
Найти: $S_{АВСД}$.
Решение.
1) $\Delta СОД$ – прямоугольный

$СД = \sqrt{СО^2 + ОД^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10.$

2) $S_{ОСД} = \frac{1}{2} ОС \cdot ОД = \frac{6 \cdot 8}{2} = 24$

3) $S_{ОСД} = \frac{1}{2} СД \cdot ОК = \frac{10 \cdot ОК}{2} = 5 \cdot ОК$

$5ОК = 24$; $ОК = 4{,}8$; $ВА = 9{,}6$.

4) $АВ + СД = ВС + АД = 9{,}6 + 10 = 19{,}6$.

5) $S_{АВСД} = \frac{19{,}6}{2} \cdot 9{,}6 = 9{,}8 \cdot 9{,}6 = 94{,}08\ (см^2)$.

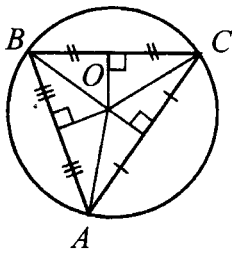
II. Изучение нового материала.

Изложить в виде лекции материал п. 75 до замечания 2.

III. Закрепление изученного материала.

Решить № 711 (для тупоугольного треугольника), 702 (а), 704 (а, б), 706.

IV. Итоги урока.



1) Центр описанной около треугольника окружности в точке пересечения серединных перпендикуляров к сторонам треугольника.

2) $ОВ = ОС = ОА$ – радиусы описанной окружности.

3) Окружность единственная для данного треугольника.

Домашнее задание: вопросы 24, 25, с. 188; № 711 (для прямоугольного) и равностороннего треугольников), 702 (б), 705 (б).

Урок 4

Цели: рассмотреть свойство вписанного четырехугольника; учить решать задачи на применение изученного материала.

Ход урока

I. Проверка домашнего задания.

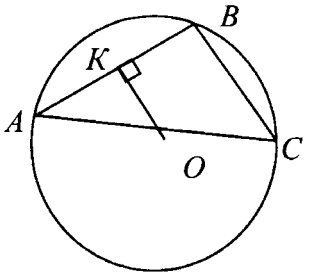
Решить устно:

1. $ОК = 5$, $АВ = 24$.

Найти : R.

Решение.

1) ΔAOB – равнобедренный, т. к. $AO = OB = R$, тогда $AK = KB$.

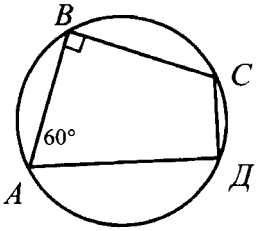


2) В ΔAKO, $\angle K = 90°$

$AO = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13.$

2. № 705 (а).

3. Вершины треугольника ABC лежат на окружности, причем $\cup AB : \cup BC : CA = 2 : 3 : 4$. Найдите углы треугольника ABC.



4. Найти углы вписанного четырехугольника $ABCД$.

II. Изучение нового материала.

Доказательство свойства вписанного четырехугольника можно предложить учащимся разобрать самостоятельно по учебнику (хорошо успевающим – без помощи учебника).

III. Закрепление изученного материала.

Решить № 708 (а), 710.

IV. Самостоятельная работа.

Вариант I.

Центр описанной окружности лежит на высоте равнобедренного треугольника и делит высоту на отрезки 5 см и 13 см. Найдите площадь этого треугольника.

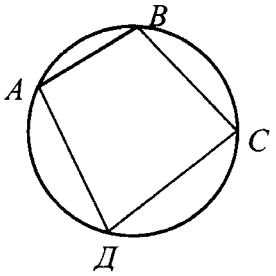
Вариант II.

Меньший из отрезков, на которые центр описанной окружности равнобедренного треугольника делит его высоту, равен 8 см, а основание треугольника равно 12 см. Найдите площадь этого треугольника.

Вариант III (для более подготовленных учащихся).

Найдите площадь равнобедренного треугольника, в котором боковая сторона $4\sqrt{5}$ см, а радиус описанной окружности 5 см.

V. Итоги урока.



1) Если около четырехугольника описана окружность, то $\angle A + \angle C = \angle B + \angle Д = 180°$.

2) Если $\angle A + \angle C = \angle B + \angle Д = 180°$, то около него можно описать окружность.

Домашнее задание: вопрос 1–26, с. 187–188; № 708 (б), 709. Для желающих № 729.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

(2 часа)

Урок 1

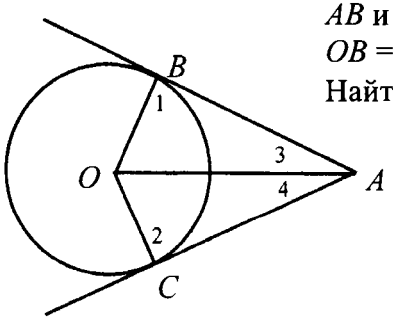
Цель: продолжить отработку навыков решения задач по теме «Окружность».

Ход урока

I. Анализ самостоятельной работы и проверка домашнего задания.

Выполнить устно:

1. № 642.



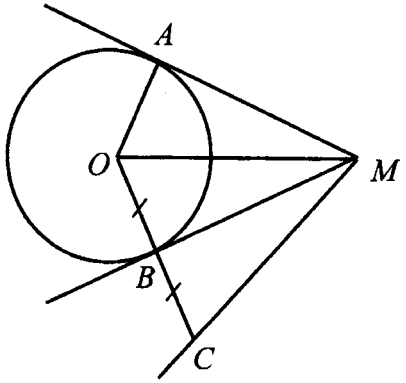
AB и AC – касательные к окружности

$OB = 3$, $OA = 6$

Найти: AC, AB, $\angle 3$, $\angle 4$.

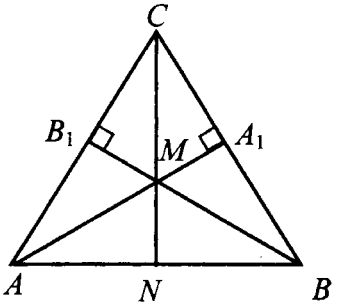
2. № 643. Использовать чертеж к задаче № 642.
$\angle OAB = 30°$, $AB = 5$ см.
Найти: BC.
3. № 644.

Доказать $\angle AMC = 3\angle BMC$.



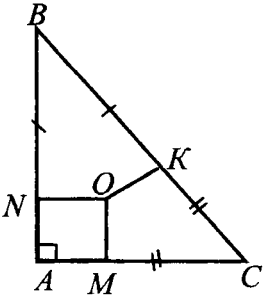
4. № 683.
Решение.
Допустим, что $AM \perp BC$. Тогда по теореме о серединном перпендикуляре к отрезку $AB = AC$, что противоречит условию задачи. Следовательно, если $AB \neq AC$, AM не является высотой.

II. Решение задач.
№ 685.



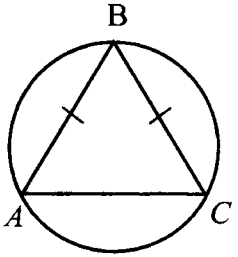
Решение.
1) По теореме о высотах треугольника NC – высота, т. е. $M \in NC$.
2) $\Delta ACN = \Delta BCN$ (по гипотенузе и острому углу).
3) $AN = NB$.

№ 694.



Решение.
1) $d = 2r$, $AM = AN = r$
2) $BN = BK$, $CM = CK$
3) $AB + AC = AN + BN + AM + CM =$
$= r + BK + r + CK$
$AB + AC = 2r + BC = d + c$.
По условию $AB + AC = m$, тогда
$d = m - c$.

№ 703.



Решение.

1) По теореме о вписанном угле

$$\angle CAB = \frac{1}{2} \cup BC = \frac{1}{2} \cdot 102° = 51°.$$

2) $\angle ABC = \angle ACB$ как углы при основании равнобедренного треугольника.

$$\angle ABC = \angle ACB = \frac{180° - \angle CAB}{2} = \frac{180° - 51°}{2} =$$

$= 64°30'$.

III. Итоги урока.

Домашнее задание: вопросы 1–26, с. 187–188; 707, 721, 728.

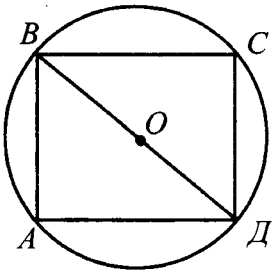
Урок 2

Цели: продолжить отработку навыков решения задач по теме «Окружность» и подготовить учащихся к контрольной работе.

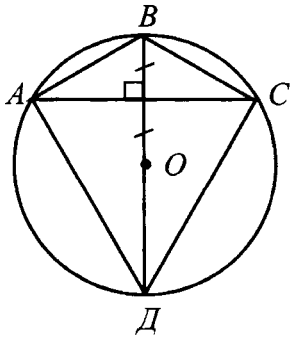
Ход урока

I. Проверка домашнего задания.

1. № 730 (устно).



2. *АВСД* – четырехугольник
$AB : BC = 5 : 12$
$BC + AB = 34$
Найти R.



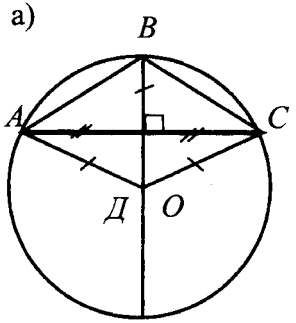
3. Найти углы четырехугольника.

II. Решение задач.

1. № 727.

2. Найти радиус описанной окружности равнобедренного треугольника с основанием 16 и боковой стороной 10.

а)



1) $\Delta ВСД$, $\angle Д = 90°$

$ВД = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6.$

2) $АО = ВО = СО = R$

3) $\Delta ДСО$, $\angle Д = 90°$

Пусть $ОД = x$, тогда $ВО = ОС = 6 + x$

$ОД^2 = ОС^2 - ДС^2$

$x^2 = (6 + x)^2 - 8^2$

$x^2 = 36 + 12x + x^2 - 64,$

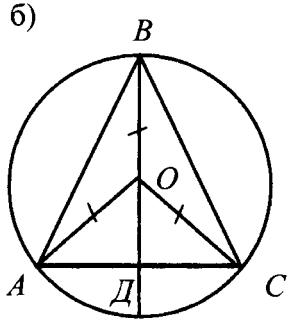
$12x = 28$

$x = 2\frac{1}{3}$

а) $R = ВД + ОД = 6 + 2\frac{1}{3}$

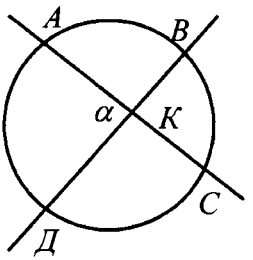
б) $R = ВД - ОД = 6 - 2\frac{1}{3} = 3\frac{2}{3}$

б)

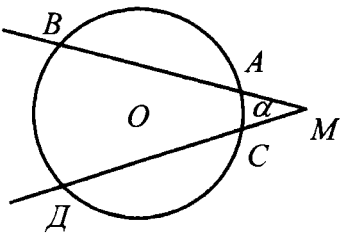


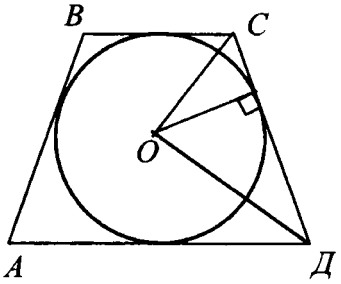
3. Найти угол α.

а) если $\cup AB = 120°$, $\cup BC = 80°$



б) если $\cup ВД = 60°$, $\cup AC = 40°$





4. *АВСД* – трапеция равнобедренная $OC = 3$, $OД = 4$.
Найти r, S.

III. Итоги урока.

Домашнее задание: вопросы 1–26, с. 187–188; № 732, 725, 726; подготовиться к контрольной работе.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5

(1 час)

Цель: выяснить степень усвоения учащимися изученного материала.

Ход урока

I. Организация учащихся на выполнение работы.

II. Выполнение работы.

Вариант I.

1. Через точку *А* окружности проведены диаметр *АС* и две хорды *АВ* и *АД*, равные радиусу этой окружности. Найдите углы четырехугольника *АВСД* и градусные меры дуг *АВ, ВС, СД, АД*.

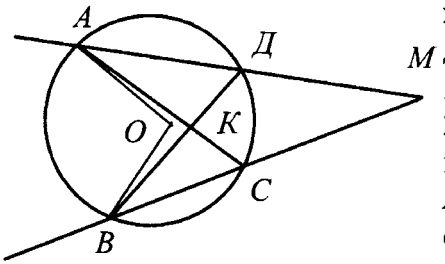
2. Основание равнобедренного треугольника равно 18 см, а боковая сторона равна 15 см. Найдите радиусы вписанной в треугольник и описанной около треугольника окружностей.

Вариант II.

1. Отрезок *ВД* – диаметр окружности с центром *О*. Хорда *АС* делит пополам радиус *ОВ* и перпендикулярна к нему. Найдите углы четырехугольника *АВСД* и градусные меры дуг *АВ, ВС, СД, АД*.

2. Высота, проведенная к основанию равнобедренного треугольника, равна 9 см, а само основание равно 24 см. Найдите радиусы вписанной в треугольник и описанной около треугольника окружностей.

Вариант III (для более подготовленных учащихся).



1. *МА* и *МВ* – секущие, *АС* и *ВД* – хорды окружности с центром *О*. Докажите, что
$\angle AOB = \angle AKB + \angle AMB$.

2. Площадь равнобедренной трапеции *АВСД* с основаниями *ВС* и *АД*, описанной около окружности с центром *О* и радиусом 3 см, равна 60 см^2. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника *ОСД*.

III. Итоги урока.

Домашнее задание.
Повторить главу V «Четырехугольники».

ПОВТОРЕНИЕ. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

(4 часа)

При повторении курса геометрии необходимо сконцентрировать внимание учащихся на узловых вопросах программы. Основные факты планеметрии и применяемые в ней методы можно сгруппировать по следующим темам: «Четырехугольники, многоугольники» (1 час), «Треугольники» (1 час), «Окружность» (1 час).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Атанасян, Л. С.* Геометрия. 8 класс : рабочая тетрадь для учащихся общеобразоват. учреждений / Л. С. Атанасян [и др.]. – М. : Просвещение, 2012.

2. *Атанасян, Л. С.* Изучение геометрии в 7, 8, 9 классах : метод. рекомендации к учебнику : книга для учителя / Л. С. Атанасян [и др.]. – М. : Просвещение, 2009.

3. *Арутюнян, Е. Б.* Математические диктанты для 5–9 классов : книга для учителя / Е. Б. Арутюнян [и др.]. – М. : Просвещение, 1991.

4. *Березина, Л. Ю.* Геометрия в 7–9 классах : пособие для учителя / Л. Ю. Березина [и др.]. – М. : Просвещение, 1990.

5. *Гайштут, А. Г.* Планиметрия : задачник к школьному курсу / А. Г. Гайштут, Г. Н. Литвиненко. – М. : АСТ-Пресс : Магистр-S, 1998.

6. *Геометрия.* 7–9 классы : учеб. для общеобразоват. учреждений / Л. С. Атанасян [и др.]. – М. : Просвещение, 2011.

7. *Зив, Б. Г.* Геометрия. Дидактические материалы. 8 класс / Б. Г. Зив, В. М. Мейлер. – М. : Просвещение, 2011.

8. *Кабалевский, Ю. Д.* Самостоятельная работа учащихся в процессе обучения математике : книга для учителя : из опыта работы / Ю. Д. Кабалевский. – М. : Просвещение, 1988.

9. *Мищенко, Т. М.* Геометрия. Тематические тесты. 8 класс / Т. М. Мищенко, А. Д. Блинов. – М. : Просвещение, 2011.

10. *Полонский, В. Б.* Геометрия : задачник к школьному курсу / В. Б. Полонский [и др.]. – М. : АСТ-Пресс : Магистр-S, 1998.

11. *Саврасова, С. М.* Упражнения по планиметрии на готовых чертежах : пособие для учителя / С. М. Саврасова, Г. А. Ястребинецкий. – М. : Просвещение, 1987.

СОДЕРЖАНИЕ

ГЕОМЕТРИЯ

8 класс

Поурочные планы

по учебнику Л. С. Атанасяна, В. Ф. Бутузова, С. Б. Кадомцева, Э. Г. Позняка, И. И. Юдиной

Авторы-составители

Татьяна Леонидовна Афанасьева,

Лидия Александровна Тапилина

Ответственные за выпуск

Л. Е. Гринин, А. В. Перепёлкина

Редактор **А. В. Перепёлкина**

Технический редактор **Л. В. Иванова**

Корректор **Н. М. Болдырева**

Верстка **Е. Ф. Прыгуновой**

Издательство «Учитель»

400067, г. Волгоград, ул. Кирова, 122

Подписано в печать 10.10.12. Формат 60×90/16.

Бумага газетная. Гарнитура Тип Таймс. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 10,50. Тираж 15 000 экз. (3-й з-д 7 001–9 000). Заказ № 4116/2.

Отпечатано с оригинал-макета в ООО «Флер-1».

350059, г. Краснодар, ул. Уральская, 98/2.

УВАЖАЕМЫЙ ПОКУПАТЕЛЬ!

Наше издательство успешно работает на российском книжном рынке уже более 20 лет. За это время миллионы учащихся, родителей, учителей и людей самых разных возрастов и профессий купили наши книги и электронные пособия. Мы предоставляем возможность заказать книги и компакт-диски по почте, как с помощью обычного почтового письма, так и через специализированный интернет-магазин учебно-методи-ческой литературы WWW.UCHMAG.RU.

Наш каталог включает в себя две тысячи названий книг и дисков для воспитателей ДОУ, учителей, руководителей школ, учебных пособий для школьников всех классов и абитуриентов, есть также пособия для малышей, студентов, родителей.

Ниже помещены основные направления нашей издательской деятельности в сериях.

Дошкольное образование: серии «Тематическое планирование в ДОУ», «Диагностические журналы», «В помощь педагогу ДОУ», «Рабочая тетрадь дошкольника», «Образовательное пространство ДОУ», «Руководителю ДОУ», «Методическая работа в ДОУ», «Дошкольное воспитание», «В помощь психологу ДОУ», «Дошкольник», «Дошкольное воспитание». Новые серии «ФГТ в ДОУ: от теории к практике. Планирование образовательной деятельности»; «Оценка достижений детей»; «Рабочие программы в ДОУ»; «Портфолио дошкольника».

Пособия для преподавателей 1–4 классов: тематическое планирование, рабочие программы по ФГОСам, серия «Рабочая тетрадь ученика», серии «Новое в преподавании в школе», «Творческая мастерская учителя», «Урок в современной школе», «Коррекционное обучение», «Олимпиадные задания», «Дидактический материал», открытые и нетрадиционные уроки. Новые серии: «Новые стандарты: учимся работать. Планирование учебной деятельности; Поурочное планирование; Технологии управления современной школой».

Пособия для преподавателей 5–11 классов: поурочные планы и тематическое планирование, рабочие программы, серии «Новое в преподавании в школе», «Творческая мастерская учителя», «Урок в современной школе», «Контрольно-измерительные материалы», «Курсы по выбору», «Коррекционное обучение», «Профильное образование», «Олимпиадные задания», «Контрольные и самостоятельные работы», «Дидактический материал»; тесты; открытые, нестандартные и интегрированные уроки.

В помощь администрации школы: серии «В помощь администрации школы», «Методическая работа в школе», «Управление современной школой».

В помощь психологу школы и ДОУ, В помощь логопеду, Дополнительное образование.

Воспитательная и внеклассная работа: по предметам, серии «В помощь классному руководителю», «Школа и родители», «Воспитание в школе», «Внеклассная работа в школе», «В помощь воспитателям и вожатым», «Летний отдых», «В школе и на досуге», «Предметные недели в школе», «Общешкольные мероприятия», «Праздники».

Пособия для учащихся 9–11 классов и поступающих в вузы: серии «Готовимся к ЕГЭ», «ГИА», «Сам себе репетитор», «Как поступить в вуз», «Весь школьный курс в вопросах и ответах», «Тренажеры. Тесты. Самоучители», «Устрой себе экзамен сам», «Рефераты и творческие работы учащихся»; сочинения; ответы на экзаменационные билеты.

Пособия для студентов и преподавателей вузов.

Серия «Домашние хлопоты»; тема «Родители и дети»; тема «Мир занятий и увлечений».

Имеется более двадцати серий электронных пособий, среди которых можно, в частности, отметить такие, как **«Информационно-компьютерные технологии», «Интерактивные проверочные работы», «Демонстрационное поурочное планирование», «Тестовый контроль».**

Пишите нам по адресу: ***400067, г. Волгоград, ул. Кирова, 122, издательство «Учитель».***

Если Вас интересует продукция нашего издательства, Вы можете написать нам и бесплатно получить почтовый и электронный каталоги нашей продукции. Кроме того, Вы получите право на определенную скидку, поскольку будете сразу считаться нашими клиентами.

Тел.: (8442) 42-24-79, 42-70-61, 42-20-63.

Заказ можно сделать также по электронной почте: **sale@uchitel-izd.ru,** через наш сайт или интернет-магазин **www.uchmag.ru**. Для этого сообщите номера нужных Вам пособий и свой адрес. Скидки сохраняются, плюс при электронном заказе даётся дополнительная скидка – 5 %.

По вопросам оптовых поставок обращаться по тел.: **(8442) 42-03-92, 42-40-12, 42-25-58, 42-39-21, 42-39-24.**

E-mail: manager@uchitel-izd.ru

Представительство издательства «Учитель»: г. Москва, ул. Басовская, д. 16, офис 406.
Тел./факс: **(495) 788-39-19, (499) 929-80-07.**
E-mail: uchitel-mosk@westmail.ru

ПРИГЛАШАЕМ посетить новый специализированный ИНТЕРНЕТ-МАГАЗИН учебно-методической литературы WWW.UCHMAG.RU

СМОТРИТЕ ИНФОРМАЦИЮ О НАС НА САЙТЕ: **WWW.UCHITEL-IZD.RU**